

УДК 521.313; 521.322; 519.677
EDN RYOVMH

Е. М. МАЗУРОВА, А. Н. ПЕТРОВ, Ф. С. БАХАРЕВ, И. А. КЛЫПИН

ОБ ОТКЛОНЕНИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ИМПУЛЬСОВ В СВЯЗАННОЙ С ЗЕМЛЕЙ ВРАЩАЮЩЕЙСЯ СИСТЕМЕ ОТСЧЕТА

Для определения положения искусственного спутника Земли (ИСЗ) или Луны используется метод лазерной локации. Выполняются лазерные измерения расстояний от наземных станций до спутников, оснащенных уголковыми отражателями, или до отражателей, находящихся на поверхности Луны. С помощью временного интервала между излучением и приемом ультракоротких лазерных импульсов на одной и той же станции определяют положение ИСЗ или Луны в момент отражения. При этом излученный сигнал со станции и отраженный сигнал от спутника идут по разным траекториям. В результате формируется угол между направлением излученного и возвращенного сигналов в точке локации. В настоящей статье изучается именно это отклонение траекторий лазерных сигналов. Поскольку вращающаяся система отсчета, связанная с Землей, неинерциальна, при вычислениях задается теория относительности. Рассматриваются сферическая форма Земли и кеплеровы орбиты ИСЗ без учета гравитационного поля Земли. Отклонение сигнала существенным образом зависит как от параметров орбиты спутника, так и от скорости вращения Земли. Произведенные математические выкладки позволяют обобщить и сравнить результаты исследований этого эффекта, полученные другими авторами. Они же использованы при численных расчетах на примере высокоорбитального и имеющего большой эксцентриситет ИСЗ «РадиоАстрон» и всех 24 ИСЗ ГЛОНАСС с низкими орбитами и незначительными эксцентриситетами. Рассчитана величина как самого эффекта, так и его изменений при изменении параметров орбит ИСЗ. Точность современных приборов достаточна для фиксации эффекта, а его учет увеличит эффективность их применения. В будущем планируется оценить факторы сплюснутости Земли и ее гравитационного потенциала.

Ключевые слова: искусственные спутники Земли, лазерная навигация.

Введение

Уже в течение десятилетий релятивистские эффекты (общей теории относительности – ОТО) и специальной теории относительности – СТО) принимаются во вни-

Мазурова Елена Михайловна. Доктор технических наук, советник генерального директора, ППК «Роскадастр» (Москва).

Петров Александр Николаевич. Доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник, ППК «Роскадастр»; ГАИШ МГУ им. М.В. Ломоносова (Москва).

Бахарев Федор Сергеевич. Кандидат технических наук, старший научный сотрудник, ППК «Роскадастр».

Клыпин Игорь Андреевич. Кандидат технических наук, старший научный сотрудник, ППК «Роскадастр»; МИИГАиК (Москва).

мание при расчете движения небесных тел и распространения электромагнитных импульсов. В качестве примера (из множества публикаций) приведем исследование [1], результаты которого, учитывающие релятивистские поправки, были использованы для обработки измерений траектории космического аппарата, направленного к спутнику Марса Фобосу в 1988–1989 гг. Это значительно повысило точность измерений даже для оборудования того времени. Классическим учебником для расчета траекторий небесных тел и электромагнитных импульсов с учетом релятивистских поправок является книга Брумберга [2].

Положение искусственных спутников Земли (ИСЗ) или Луны определяется главным образом методом лазерной локации. Лазерные измерения расстояний производятся от наземных станций до спутников, оснащенных уголковыми отражателями, или до отражателей, находящихся на поверхности Луны. Используя временной интервал между излучением и приемом ультракоротких лазерных импульсов на одной и той же станции, определяют положение ИСЗ или Луны в момент отражения. Интенсивность этих исследований чрезвычайно велика, в чем можно убедиться, обратившись к недавним статьям [3–9].

Точность приборов, применяемых при лазерной локации, в наше время значительно возросла. Все большая часть поправок, возникающих в рамках приложений ОТО, становится доступной для измерений. Учет этих поправок необходим при эксплуатации как ИСЗ разного назначения, так и спутниковых навигационных систем [10]. Их функционирование в очень большой степени связано с лазерной локацией ИСЗ и обменом лазерными сигналами между ними. При этом зачастую в математических моделях обмена сигналами между ИСЗ и лазерными станциями, расположенными на поверхности Земли, ее вращение не учитывается, т.е. неявно предполагается, что собственные системы отсчета станций инерциальны.

На самом деле собственные системы отсчета лазерных станций неинерциальны, поскольку находятся на вращающейся Земле. Согласно принципу эквивалентности, лежащему в основе ОТО, центробежные потенциалы могут рассматриваться как гравитационные, под действием которых световые лучи и искривляются. В результате в точке локации лазерной станции образуется угол между направлением излученного и возвращенного после отражения от ИСЗ сигналов. Эффект отклонения электромагнитных импульсов невелик, однако его можно измерить: по данным [10], детектируется угол отклонения величиной до $0,5''$. Исследованию этого эффекта и посвящена настоящая работа. В силу указанных выше причин для моделирования распространения сигналов будут использоваться уравнения ОТО.

Оптические эффекты в системе отсчета вращающейся Земли рассматриваются во многих работах [11–17]. Основное внимание уделено эффекту отклонения, однако наряду с ним обсуждаются и другие важные эффекты: задержка сигналов из-за искривления лучей [14], эффект смещения центра пятна отраженного импульса на земной поверхности относительно самой лазерной станции, ввиду чего интенсивность возвратившегося импульса в точке локации станции может оказаться слабой настолько, что детектирование будет затруднительным [16, 17], а также влияние потенциала гравитационного поля Земли [12].

В статье теоретические вычисления производятся в топоцентрической системе отсчета лазерной станции для сферической формы Земли и кеплеровых орбит ИСЗ, гравитационное поле Земли не учитывается. При этом используются введенные в [1] обозначения t_1 , t_2 и t_3 для моментов времени излучения сигнала, его отражения от

ИСЗ и возвращения на лазерную станцию соответственно. Наши математические выкладки позволяют обобщить расчеты работ [13] и [15] и сравнить друг с другом. В перспективе планируется учесть более слабые факторы, такие как гравитационное поле Земли, сравнить полученное с результатами [12], а кроме того, учесть сжатие Земли.

Основной результат исследования состоит в определении отклонения лазерных лучей на примерах различных реальных ИСЗ. С этой целью были разработаны собственные алгоритмы вычислений для подходов, описанных в [13] и [15]. Величина эффекта рассчитана для ИСЗ «РадиоАстрон» [11] и всех 24 ИСЗ группировки ГЛОНАСС [19]. Полученные значения для ИСЗ ГЛОНАСС-1 и ГЛОНАСС-23 представлены в тексте статьи. Данные для остальных спутников ГЛОНАСС отличаются от них незначительно, поэтому здесь не приводятся.

Кроме того, для ИСЗ «РадиоАстрон» и ИСЗ ГЛОНАСС-1 и ГЛОНАСС-23 найдены вариации эффекта при различных параметрах. По нашему мнению, столь полных и детальных вычислений до сих пор не было сделано. В будущем, после разработки соответствующей теории, планируется адаптировать алгоритмы, чтобы учитывать влияние более слабых факторов, а результаты расчетов сравнить с нынешними.

Топоцентрическая декартова система координат

Одной из важнейших является геоцентрическая (экваториальная) система отсчета – ГЦСО. Ее начало находится в центре Земли, она не вращается, на экваторе ось x направлена в точку весеннего равноденствия, ось y перпендикулярна ей на экваторе, а ось z перпендикулярна экваториальной плоскости в направлении северного полюса. В силу ограничений нашей идеальной модели, где отсутствуют гравитационные потенциалы, для ГЦСО удобно выбрать метрику Минковского: $ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$, где c – это скорость света, $ct = x^0$ – временная координата, а x, y, z – пространственные. Топоцентрической называется система отсчета локального наблюдателя на поверхности Земли, в нашем случае это наблюдатель на станции лазерной локации. Начало ее с координатами x_s, y_s, z_s совмещено с положением этой станции, а время такое же, что и в ГЦСО. Индекс s (station) акцентирует внимание на том, что это именно координатная система станции. Ось x_s направлена по меридиану к экватору (в северном полушарии), ось y_s – по параллели, а ось z_s – в зенит.

Рассмотрим путь перехода из одной системы координат в другую. Если обе они декартовы, то наипростейший вариант – это соответствующие вращения относительно той или иной координатной оси. Чтобы преобразовать координаты ГЦСО в топоцентрические, сначала перейдем к вращающейся системе координат, следуя [20]. Затем начало координат переносится в точку локации станции с долготой λ_0 и широтой φ_0 , после чего оси разворачиваются в соответствии с определением, данным выше для топоцентрической системы. В результате метрика пространства Минковского в ГЦСО с координатами (x, y, z) в топоцентрических координатах (x_s, y_s, z_s) приобретает вид:

$$\begin{aligned}
 ds_s^2 = & \left[1 - \frac{\Omega^2}{c^2} \left([x_s \sin \varphi_0 + (z_s + R_{\oplus}) \cos \varphi_0]^2 + y_s^2 \right) \right] c^2 dt^2 + \\
 & + 2y_s \sin \varphi_0 \frac{\Omega}{c} dx_s c dt - 2[x_s \sin \varphi_0 + (z_s + R_{\oplus}) \cos \varphi_0] \frac{\Omega}{c} dy_s c dt + \\
 & + 2y_s \cos \varphi_0 \frac{\Omega}{c} dz_s c dt - dx_s^2 - dy_s^2 - dz_s^2.
 \end{aligned} \tag{1}$$

Именно в топоцентрических координатах запишем далее уравнения как для движения ИСЗ, так и для распространения лазерных импульсов.

Координаты ИСЗ в топоцентрической системе координат

Определим координаты спутника в топоцентрической системе координат, основываясь на [21]. Сначала рассмотрим движение ИСЗ в плоскости орбиты, заданной следующими основными характеристиками: a – большая полуось, e – эксцентриситет. Ось x' направлена от центра к перигею, ось y' – перпендикулярно ей в плоскости орбиты, а ось z' расположена перпендикулярно плоскости орбиты. Угол v между направлением на ИСЗ и осью x' называется *истинной аномалией*, вспомогательный угол E – *эксцентрической аномалией*. Координаты ИСЗ, движущегося по орбите, и радиальное расстояние от центра Земли до него представим как

$$\begin{aligned} x' &= r \cos v = a(\cos E - e), \\ y' &= r \sin v = a\sqrt{1 - e^2} \sin E, \\ r &= \sqrt{x'^2 + y'^2} = a(1 - e \cos E). \end{aligned} \quad (2)$$

Эксцентрическая аномалия изменяется со временем t в соответствии с уравнением Кеплера:

$$E(t) - e \sin E(t) = \sqrt{GM_{\oplus}/a^3} (t - t_p), \quad (3)$$

где G и M_{\oplus} – гравитационная постоянная и масса Земли, t_p – время прохождения перигея.

Перечислим параметры орбиты относительно экваториальной плоскости: i – угол наклона (inclination) плоскости орбиты по отношению к экваториальной плоскости; ω – угол между линией узлов и направлением на перигей в плоскости орбиты (аргумент перигея); λ – угол между направлением на точку весеннего равноденствия и линией узлов в экваториальной плоскости.

Чтобы перейти от описания движения ИСЗ в плоскости его орбиты в координатах (x', y') к описанию его в топоцентрических координатах (x_s, y_s, z_s) , сначала перейдем в ГЦСО. С этой целью в плоскости орбиты для (2) сделаем поворот на угол ω , совмещая направление на перигей и линию узлов орбиты, затем осуществим поворот уже вокруг этой линии на угол i , совмещая плоскости орбиты и экватора. Наконец, выполним поворот в экваториальной плоскости на угол λ , совмещая линию узлов с направлением на точку весеннего равноденствия. В результате получим координаты ИСЗ в ГЦСО.

Для перехода в топоцентрическую систему осуществляются вышеназванные повороты: сначала вокруг оси z на угол Ωt в предположении, что в момент времени $t = 0$ гринвичский меридиан совпадает с направлением на точку весеннего равноденствия. Получим вращающуюся систему, в которой и определяется расстояние до ИСЗ от центра Земли. Затем начало координат из центра Земли перемещается в точку локации станции на расстояние радиуса Земли R_{\oplus} и вычисляется радиус-вектор до ИСЗ от станции. Сворачивая это выражение с единичными ортонормальными векторами топоцентрической системы координат, найдем координаты ИСЗ в топоцентрической системе:

$$\begin{aligned}
 x_s = & a \left\{ \left[\cos \omega \cos(\Omega t + \lambda_0 - \lambda) + \sin \omega \cos i \sin(\Omega t + \lambda_0 - \lambda) \right] \sin \varphi_0 - \right. \\
 & \left. - \sin \omega \sin i \cos \varphi_0 \right\} (\cos E - e) - \\
 & - a \sqrt{1 - e^2} \left\{ \left[\sin \omega \cos(\Omega t + \lambda_0 - \lambda) - \cos \omega \cos i \sin(\Omega t + \lambda_0 - \lambda) \right] \sin \varphi_0 + \right. \\
 & \left. + \cos \omega \sin i \cos \varphi_0 \right\} \sin E,
 \end{aligned} \tag{4a}$$

$$\begin{aligned}
 y_s = & a \left[-\cos \omega \sin(\Omega t + \lambda_0 - \lambda) + \sin \omega \cos i \cos(\Omega t + \lambda_0 - \lambda) \right] (\cos E - e) + \\
 & + a \sqrt{1 - e^2} \left[\sin \omega \sin(\Omega t + \lambda_0 - \lambda) + \cos \omega \cos i \cos(\Omega t + \lambda_0 - \lambda) \right] \sin E,
 \end{aligned} \tag{4b}$$

$$\begin{aligned}
 z_s = & a \left\{ \left[\cos \omega \cos(\Omega t + \lambda_0 - \lambda) + \sin \omega \cos i \sin(\Omega t + \lambda_0 - \lambda) \right] \cos \varphi_0 + \right. \\
 & \left. + \sin \omega \sin i \sin \varphi_0 \right\} (\cos E - e) - \\
 & - a \sqrt{1 - e^2} \left\{ \left[\sin \omega \cos(\Omega t + \lambda_0 - \lambda) - \cos \omega \cos i \sin(\Omega t + \lambda_0 - \lambda) \right] \cos \varphi_0 - \right. \\
 & \left. - \cos \omega \sin i \sin \varphi_0 \right\} \sin E - R_{\oplus}.
 \end{aligned} \tag{4c}$$

Уравнения световых геодезических¹ в топоцентрической системе координат

Чтобы составить уравнения распространения лучей света в топоцентрической системе отсчета, используем метрику (1) и записанные для нее уравнения ОТО. Для безмассовых частиц уравнение геодезической имеет вид $dk^\alpha/d\sigma + \Gamma_{\mu\nu}^\alpha k^\mu k^\nu = 0$. Здесь $k^\alpha = dx^\alpha/d\sigma = (x^\alpha)'$ – касательный вектор к светоподобной мировой линии, а σ – произвольный параметр вдоль этой линии. Греческие индексы α задают пространственно-временные координаты $x^\alpha = (x^0, x^1, x^2, x^3)$, латинские индексы i – пространственные координаты $x^i = (x^1, x^2, x^3) = (x_s, y_s, z_s)$, $\Gamma_{\mu\nu}^\alpha$ – символы Кристоффеля.

Для метрики (1) $\Gamma_{\mu\nu}^0 = 0$, поэтому нулевая компонента уравнения геодезической имеет вид уравнения $(x^0)'' = 0$, простейшим решением которого является $x^0 = \sigma$. В связи с этим для оставшихся трех компонент уравнения геодезической параметр σ можно заменить временной координатой x^0 , а уравнения ОТО представить в виде

$$\begin{aligned}
 \ddot{x}_s - 2 \frac{\Omega}{c} \dot{y}_s \sin \varphi_0 - \frac{\Omega^2}{c^2} [x_s \sin \varphi_0 + (z_s + R_{\oplus}) \cos \varphi_0] \sin \varphi_0 &= 0, \\
 \ddot{y}_s + 2 \frac{\Omega}{c} \dot{x}_s \sin \varphi_0 + 2 \frac{\Omega}{c} \dot{z}_s \cos \varphi_0 - \frac{\Omega^2}{c^2} y_s &= 0, \\
 \ddot{z}_s - 2 \frac{\Omega}{c} \dot{y}_s \cos \varphi_0 - \frac{\Omega^2}{c^2} [x_s \sin \varphi_0 + (z_s + R_{\oplus}) \cos \varphi_0] \cos \varphi_0 &= 0,
 \end{aligned} \tag{5}$$

где точка над символом означает дифференцирование по x^0 . Соотношение для светоподобной геодезической $k^\alpha k_\alpha = g_{\alpha\beta} k^\alpha k^\beta = 0$ дает

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_s^2 + \dot{y}_s^2 + \dot{z}_s^2 = 1 - \frac{\Omega^2}{c^2} \left([x_s \sin \varphi_0 + (z_s + R_{\oplus}) \cos \varphi_0]^2 + y_s^2 \right) + \\
 + 2 \frac{\Omega}{c} \dot{x}_s y_s \sin \varphi_0 + 2 \frac{\Omega}{c} \dot{z}_s y_s \cos \varphi_0 - 2 \frac{\Omega}{c} \dot{y}_s [x_s \sin \varphi_0 + (z_s + R_{\oplus}) \cos \varphi_0].
 \end{aligned} \tag{6}$$

¹Под понятием «геодезическая» обычно понимается мировая линия (кривая в 4-мерном пространстве-времени, изображающая движение точечной частицы) либо пробной массивной частицы, либо безмассовой частицы, например фотона (лазерного импульса) [20]. Уравнение геодезической имеет 4 компоненты. Геодезическую фотона называют либо световой, либо светоподобной, либо изотропной, либо нулевой.

Система уравнений (5) имеет решение в топоцентрических координатах:

$$x_s(t) = \left[(A + Mx^0) \cos(\Omega t + \lambda_0) + (B + Nx^0) \sin(\Omega t + \lambda_0) \right] \sin \varphi_0 - (C + Kx^0) \cos \varphi_0, \quad (7a)$$

$$y_s(t) = - (A + Mx^0) \sin(\Omega t + \lambda_0) + (B + Nx^0) \cos(\Omega t + \lambda_0), \quad (7b)$$

$$z_s(t) = \left[(A + Mx^0) \cos(\Omega t + \lambda_0) + (B + Nx^0) \sin(\Omega t + \lambda_0) \right] \cos \varphi_0 + (C + Kx^0) \sin \varphi_0 - R_{\oplus}. \quad (7c)$$

Величины A, B, C и M, N, K являются постоянными интегрирования. Исходя из уравнения (6) запишем соотношение $M^2 + N^2 + K^2 = 1$. Решение (7) является общим, на его основе описываются траектории распространения лазерных импульсов как до ИСЗ, так и от него.

Векторы, касательные к траектории исходящего импульса

С учетом того, что в момент излучения t_1 координаты слева в уравнениях (7) равны нулю, определяются A, B, C через M, N, K и подставляются в (7). В момент встречи импульса t_2 с ИСЗ координаты первого $x_{out}(t), y_{out}(t), z_{out}(t)$ в (7) и второго в (3) совпадают:

$$x_s(E(t_2), t_2) = x_{out}(t_2), \quad y_s(E(t_2), t_2) = y_{out}(t_2), \quad z_s(E(t_2), t_2) = z_{out}(t_2). \quad (8)$$

Напомним, что $E(t)$ определяется в (2). Затем фиксируют значения координат ИСЗ (4) на момент встречи с импульсом:

$$x_S \equiv x_s(E(t_2), t_2), \quad y_S \equiv y_s(E(t_2), t_2), \quad z_S \equiv z_s(E(t_2), t_2), \quad (9)$$

после чего вычисляются постоянные M, N, K через x_S, y_S, z_S . Далее будет использоваться обозначение $E(t_2) = E_2$. Подстановка M, N, K в $M^2 + N^2 + K^2 = 1$ дает полезное соотношение:

$$\begin{aligned} c^2 \left[t_p + \sqrt{a^3/GM_{\oplus}} (E_2 - e \sin E_2) - t_1 \right]^2 &= R_{\oplus}^2 + a^2 [1 - e \cos E_2]^2 - \\ &- 2aR_{\oplus} \{ \sin \varphi_0 \sin i \sin \omega + \\ &+ \cos \varphi_0 [\cos \omega \cos(\Omega t_1 + \lambda_0 - \lambda) + \cos i \sin \omega \sin(\Omega t_1 + \lambda_0 - \lambda)] \} \times \\ &\times (\cos E_2 - e) - 2aR_{\oplus} \sqrt{1 - e^2} \{ \sin \varphi_0 \sin i \cos \omega - \\ &- \cos \varphi_0 [\sin \omega \cos(\Omega t_1 + \lambda_0 - \lambda) - \cos i \cos \omega \sin(\Omega t_1 + \lambda_0 - \lambda)] \} \sin E_2. \end{aligned} \quad (10)$$

Подстановка найденных M, N, K в (7) определяет функции для исходящих сигналов $x_{out}(t, x_S, y_S, z_S), y_{out}(t, x_S, y_S, z_S)$ и $z_{out}(t, x_S, y_S, z_S)$. Их дифференцирование по x^0 и выбор значений производных на момент t_1 дает компоненты касательного вектора к траектории исходящего сигнала

$$\mathbf{k}_1 = \mathbf{k}_1((t_2 - t_1), x_S, y_S, z_S) = [k_1^1, k_1^2, k_1^3], \quad (11)$$

компоненты которого выписаны в [13] и имеют вид:

$$k_1^1 = \left. \frac{dx_{out}(t)}{dx^0} \right|_{t=t_1} = \frac{1}{c(t_2 - t_1)} \{x_S [\cos \Omega(t_2 - t_1) \sin^2 \varphi_0 + \cos^2 \varphi_0] -$$

$$- y_S \sin \Omega(t_2 - t_1) \sin \varphi_0 + (z_S + R_{\oplus}) [\cos \Omega(t_2 - t_1) - 1] \cos \varphi_0 \sin \varphi_0 \}, \quad (12a)$$

$$k_1^2 = \left. \frac{dy_{out}(t)}{dx^0} \right|_{t=t_1} = \frac{1}{c(t_2 - t_1)} \{x_S \sin \Omega(t_2 - t_1) \sin \varphi_0 +$$

$$+ y_S \cos \Omega(t_2 - t_1) + (z_S + R_{\oplus}) \sin \Omega(t_2 - t_1) \cos \varphi_0 \} - \frac{\Omega}{c} R_{\oplus} \cos \varphi_0, \quad (12b)$$

$$k_1^3 = \left. \frac{dz_{out}(t)}{dx^0} \right|_{t=t_1} = \frac{1}{c(t_2 - t_1)} \{x_S [\cos \Omega(t_2 - t_1) - 1] \cos \varphi_0 \sin \varphi_0 -$$

$$- y_S \sin \Omega(t_2 - t_1) \cos \varphi_0 + (z_S + R_{\oplus}) [\cos \Omega(t_2 - t_1) - 1] \cos^2 \varphi_0 + z_S \}. \quad (12c)$$

Чтобы получить выражения, представленные в [15], подставим (9), где учитываются уравнения (7), в (12) и получим:

$$k_1^1 = \frac{a(\cos E_2 - e)}{c(t_2 - t_1)} \{[\cos \omega \cos(\Omega t_1 + \lambda_0 - \lambda) + \sin \omega \cos i \sin(\Omega t_1 + \lambda_0 - \lambda)] \times$$

$$\times \sin \varphi_0 - \sin \omega \sin i \cos \varphi_0 \} - \frac{a\sqrt{1-e^2} \sin E_2}{c(t_2 - t_1)} \{[\sin \omega \cos(\Omega t_1 + \lambda_0 - \lambda) -$$

$$- \cos \omega \cos i \sin(\Omega t_1 + \lambda_0 - \lambda)] \sin \varphi_0 + \cos \omega \sin i \cos \varphi_0 \}, \quad (13a)$$

$$k_1^2 = \frac{a(\cos E_2 - e)}{c(t_2 - t_1)} [-\cos \omega \sin(\Omega t_1 + \lambda_0 - \lambda) + \sin \omega \cos i \cos(\Omega t_1 + \lambda_0 - \lambda)] +$$

$$+ \frac{a\sqrt{1-e^2} \sin E_2}{c(t_2 - t_1)} [\sin \omega \sin(\Omega t_1 + \lambda_0 - \lambda) + \cos \omega \cos i \cos(\Omega t_1 + \lambda_0 - \lambda)] -$$

$$- \frac{\Omega R_{\oplus}}{c} \cos \varphi_0, \quad (13b)$$

$$k_1^3 = \frac{a(\cos E_2 - e)}{c(t_2 - t_1)} \{[\cos \omega \cos(\Omega t_1 + \lambda_0 - \lambda) + \sin \omega \cos i \sin(\Omega t_1 + \lambda_0 - \lambda)] \times$$

$$\times \cos \varphi_0 + \sin \omega \sin i \sin \varphi_0 \} - \frac{a\sqrt{1-e^2} \sin E_2}{c(t_2 - t_1)} \{[\sin \omega \cos(\Omega t_1 + \lambda_0 - \lambda) -$$

$$- \cos \omega \cos i \sin(\Omega t_1 + \lambda_0 - \lambda)] \cos \varphi_0 - \cos \omega \sin i \sin \varphi_0 \} - \frac{R_{\oplus}}{c(t_2 - t_1)}. \quad (13c)$$

Векторы, касательные к траектории приходящего импульса

В этом случае используются аналогичные предыдущему пункту рассуждения. Сначала вычисляются постоянные интегрирования с привязкой к моментам отражения t_2 и приема t_3 . Затем определяется соотношение, аналогичное (10):

$$\begin{aligned}
 & c^2 \left[t_3 - t_p - \sqrt{a^3/GM_{\oplus}} (E_2 - e \sin E_2) \right]^2 = \\
 & = R_{\oplus}^2 + a^2 [1 - e \cos E_2]^2 - 2aR_{\oplus} \{ \sin \varphi_0 \sin i \sin \omega + \\
 & + \cos \varphi_0 [\cos \omega \cos(\Omega t_3 + \lambda_0 - \lambda) + \cos i \sin \omega \sin(\Omega t_3 + \lambda_0 - \lambda)] \} \times \\
 & \times (\cos E_2 - e) - 2aR_{\oplus} \sqrt{1 - e^2} \{ \sin \varphi_0 \sin i \cos \omega - \\
 & - \cos \varphi_0 [\sin \omega \cos(\Omega t_3 + \lambda_0 - \lambda) - \cos i \cos \omega \sin(\Omega t_3 + \lambda_0 - \lambda)] \} \sin E_2.
 \end{aligned} \tag{14}$$

После этого выписываются компоненты касательного вектора к траектории приходящего сигнала с обратным знаком

$$\mathbf{k}_3 = \mathbf{k}_3((t_3 - t_2), x_S, y_S, z_S) = -[k_3^1, k_3^2, k_3^3], \tag{15}$$

компоненты которого выписаны в [13] и имеют вид:

$$\begin{aligned}
 k_3^1 = & \frac{1}{c(t_3 - t_2)} \{ -x_S [\cos \Omega(t_3 - t_2) \sin^2 \varphi_0 + \cos^2 \varphi_0] - \\
 & - y_S \sin \Omega(t_3 - t_2) \sin \varphi_0 - (z_S + R_{\oplus}) [\cos \Omega(t_3 - t_2) - 1] \cos \varphi_0 \sin \varphi_0 \},
 \end{aligned} \tag{16a}$$

$$\begin{aligned}
 k_3^2 = & \frac{1}{c(t_3 - t_2)} \{ x_S \sin \Omega(t_3 - t_2) \sin \varphi_0 - \\
 & - y_S \cos \Omega(t_3 - t_2) + (z_S + R_{\oplus}) \sin \Omega(t_3 - t_2) \cos \varphi_0 \} - \frac{\Omega}{c} R_{\oplus} \cos \varphi_0,
 \end{aligned} \tag{16b}$$

$$\begin{aligned}
 k_3^3 = & \frac{1}{c(t_3 - t_2)} \{ -x_S [\cos \Omega(t_3 - t_2) - 1] \cos \varphi_0 \sin \varphi_0 - y_S \sin \Omega(t_3 - t_2) \cos \varphi_0 - \\
 & - (z_S + R_{\oplus}) [\cos \Omega(t_3 - t_2) \cos^2 \varphi_0 + \sin^2 \varphi_0] + R_{\oplus} \}.
 \end{aligned} \tag{16c}$$

Чтобы получить выражения, представленные в [15], подставим (9), где учитываются уравнения (7), в (16), тогда

$$\begin{aligned}
 k_3^1 = & \frac{a(\cos E_2 - e)}{c(t_3 - t_2)} \{ [\cos \omega \cos(\Omega t_3 + \lambda_0 - \lambda) + \sin \omega \cos i \sin(\Omega t_3 + \lambda_0 - \lambda)] \times \\
 & \times \sin \varphi_0 - \sin \omega \sin i \cos \varphi_0 \} - \frac{a\sqrt{1 - e^2} \sin E_2}{c(t_3 - t_2)} \{ [\sin \omega \cos(\Omega t_1 + \lambda_0 - \lambda) - \\
 & - \cos \omega \cos i \sin(\Omega t_1 + \lambda_0 - \lambda)] \sin \varphi_0 + \cos \omega \sin i \cos \varphi_0 \},
 \end{aligned} \tag{17a}$$

$$\begin{aligned}
 k_3^2 = & + \frac{a(\cos E_2 - e)}{c(t_3 - t_2)} [-\cos \omega \sin(\Omega t_3 + \lambda_0 - \lambda) + \sin \omega \cos i \cos(\Omega t_3 + \lambda_0 - \lambda)] + \\
 & + \frac{a\sqrt{1 - e^2} \sin E_2}{c(t_3 - t_2)} [\sin \omega \sin(\Omega t_3 + \lambda_0 - \lambda) + \cos \omega \cos i \cos(\Omega t_3 + \lambda_0 - \lambda)] + \\
 & + \frac{\Omega R_{\oplus}}{c} \cos \varphi_0,
 \end{aligned} \tag{17b}$$

$$\begin{aligned}
 k_3^3 = & \frac{a(\cos E_2 - e)}{c(t_3 - t_2)} \{ [\cos \omega \cos(\Omega t_3 + \lambda_0 - \lambda) + \sin \omega \cos i \sin(\Omega t_3 + \lambda_0 - \lambda)] \times \\
 & \times \cos \varphi_0 + \sin \omega \sin i \sin \varphi_0 \} + \frac{a\sqrt{1-e^2} \sin E_2}{c(t_3 - t_2)} \{ [-\sin \omega \cos(\Omega t_3 + \lambda_0 - \lambda) + \\
 & + \cos \omega \cos i \sin(\Omega t_3 + \lambda_0 - \lambda)] \cos \varphi + \cos \omega \sin i \sin \varphi_0 \} \sin E_2 - \frac{R_{\oplus}}{c(t_3 - t_2)}.
 \end{aligned} \quad (17c)$$

В реальных исследованиях важным является выбор типа отражателей, установленных на ИСЗ, см. [16, 17]. Расчеты выше основаны на том, что как для исходящего импульса в момент t_1 , так и для возвращенного импульса в момент t_3 их координаты имеют значения $x_s(t_1) = x_s(t_3) = 0$, $y_s(t_1) = y_s(t_3) = 0$ и $z_s(t_1) = z_s(t_3) = 0$ в (7), т.е. импульс возвращается в ту же точку (начало топоцентрической системы координат). Если импульс отражается по лучу, касательная к которому в месте отражения совпадает с касательной к лучу, по которому этот импульс пришел к отражателю, то из-за искривления световых лучей и узкой диаграммы направленности отраженный световой импульс может не попасть на приемный телескоп. Ввиду этого предполагается (например, см. [13]) использование отражателя с широкой диаграммой направленности типа катафота, что обеспечивает возвращение части отраженного импульса в точку излучения.

Угол между исходящим и входящим импульсами

До сих пор все полученные формулы были выписаны без приближений в рамках идеальной модели. Сам эффект без приближений выявить сложно, но поскольку угол между векторами k_1 и k_3 является очень малым (даже его значительная величина оказывается не больше $\alpha \sim 10^{-5}$ рад), то достаточно сделать соответствующие упрощения. Во-первых, заменяем функцию $\sin \alpha$ ее аргументом, а точную формулу – приближенной:

$$\alpha = \left\{ 2 \left[1 - \frac{\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{k}_3}{|\mathbf{k}_1| |\mathbf{k}_3|} \right] \right\}^{1/2} = \frac{|\mathbf{k}_1 \times \mathbf{k}_3|}{|\mathbf{k}_1| |\mathbf{k}_3|}, \quad (18)$$

Эта величина отличается от следующего члена в разложении $\sin \alpha$ на величину $\sim \alpha^3/3! \sim 10^{-16}$ рад, то есть недостижимую для наблюдений, что дает возможность использовать выражение (18) как точную формулу. Расчет угла по этой формуле можно провести двумя путями.

Первый способ предполагает использование выражений (12) для k_1 и (16) для k_3 . Этот способ соответствует методу работы [13]. Компоненты (12) вектора k_1 существенным образом зависят от разности $t_2 - t_1$, в то время как компоненты (15) вектора k_3 – от $t_3 - t_2$. Для орбит спутников с удалением в десятки тысяч километров эти временные интервалы удовлетворяют неравенствам: $t_2 - t_1 < 2$ с и $t_3 - t_1 < 2$ с. Они входят в формулы (12) и (15) как множители к угловой скорости вращения Земли $\Omega \approx 7 \cdot 10^{-5}$ рад·с⁻¹, поэтому в качестве малого параметра для последующих разложений выбирают величину δ , которая имеет порядок $\delta \approx \Omega(t_2 - t_1) \approx \Omega(t_3 - t_2)$ и удовлетворяет неравенству $\delta < 2 \cdot 10^{-4}$. Подстановка (12) и (15) в (18) с учетом приближений дает:

$$\alpha = \frac{2\Omega}{c} \sqrt{y_S^2 + (x_S \sin \varphi_0 + z_S \cos \varphi_0)^2}. \quad (19)$$

Следующий порядок приближений имеет величину $\alpha\delta$ меньшую, чем $2 \cdot 10^{-9}$ рад для $\alpha \sim 10^{-5}$, т.е. меньше, чем тысячные доли угловой секунды, что пока недоступно для наблюдений. Мало того, сама точность вычислений также не превышает этой величины. Кроме того, при выводе (19) был заменен на единицу множитель $c(t_3 - t_1) / 2R_S$, который после применения выражений для t_1 и t_3 , заимствованных из [6], и значений введенных параметров имеет величину $\sim (1 \pm 2 \cdot 10^{-11})$. Таким образом, формула (19) для рассматриваемой модели, будучи очень наглядной, в рамках как наблюдательных возможностей, так и численного счета является совершенно достаточной.

Воспользуемся следующим порядком вычислений. Сначала предположим, что время нахождения ИСЗ в перигее t_p имеет некоторое значение, его изменение определяет лишь смещение графиков по временной оси. И это не так важно, поскольку расчеты производятся на весь период обращения. Затем задается значение эксцентрисической аномалии E_2 в точке орбиты, где происходит отражение. Тогда уравнение (3) дает возможность вычислить t_2 . Подстановка значений E_2 и t_2 в (4) позволяет вычислить x_s, y_s, z_s , а уже подстановка последних в (19) – вычислить величину отклонения импульсов.

Обсудим некоторые особенности формулы (19). Предположим, что не учитываются релятивистские эффекты. Тогда рассуждаем простейшим образом. Со станции посылается сигнал на спутник, находящийся на расстоянии R_S от нее. Время прохождения импульса туда и обратно займет $t_3 - t_1 = 2R_S/c$. За это время станция переместится на расстояние $\Omega R_{\oplus} \cos \varphi_0 (t_3 - t_1) = 2R_S \Omega R_{\oplus} \cos \varphi_0 / c$, т.е. углы для излученного и возвращенного сигналов должны быть разными даже в этом простейшем случае без учета неинерциальности системы отсчета. В линейном приближении их разница определяется отношением перемещения станции к расстоянию до спутника, то есть $\alpha^0 = 2\Omega R_{\oplus} \cos \varphi_0 / c$.

Как видно, полученный результат не зависит от параметров орбиты спутника. Учитываются ли они в исходной формуле (19)? Да, учитываются. Для того чтобы это проверить, нужно обнулить все параметры орбиты и вспомнить формулу для z_s в (7с), где слагаемое R_{\oplus} (радиус Земли) имеет смысл свободного (от связи с орбитой) параметра. Тогда формула (19) даст именно эту величину $\alpha^0 = 2\Omega R_{\oplus} \cos \varphi_0 / c$. Для расчетов нужно, конечно, использовать формулу (19) полностью, где имеют место все эффекты. Тем не менее оценим максимальную величину вклада α^0 , когда и станция расположена на экваторе, и орбита спутника лежит в экваториальной плоскости. Тогда при стандартных значениях земных параметров $\alpha^0 = 0,64''$.

Согласно *второму способу* оценим угол между векторами \mathbf{k}_1 и \mathbf{k}_3 , который соответствует методу работы [15]. Сначала численно решается трансцендентное уравнение (10) с целью определить E_2 как функцию параметров орбиты ИСЗ, данных локации станции и момента t_1 . Далее находятся компоненты вектора \mathbf{k}_1 , см. (13). Аналогично с помощью (14) и (17) находятся компоненты вектора \mathbf{k}_3 . Вычисленные значения \mathbf{k}_1 и \mathbf{k}_3 подставляются в (18).

Сравним оба способа. Вычисление по методу, предложенному в [6], – это вычисление по уже приближенной формуле (19), а вычисление по второму методу [15] исходит как из точных формул трансцендентных уравнений (10) и (14), которые разрешаются численно, так и точных формул (13) и (17). Как отмечено выше, точность формулы (19) в абсолютных величинах более чем достаточна в рамках современной точности измерений. Далее, метод численных расчетов имеет точность также до ты-

сячных долей секунды, то есть приближенная формула (19) вполне может использоваться. Наконец, результаты, полученные в рамках обоих методов, разнятся не более чем на тысячные доли секунды. Таким образом, можно пользоваться обоими методами, однако первый выглядит более экономичным.

Численные расчеты: ИСЗ «РадиоАстрон» и ИСЗ ГЛОНАСС

Авторы работ [6] и [15] для оценки рассматриваемого эффекта задействовали, как правило, ИСЗ «РадиоАстрон» [18]. Это один из самых подходящих спутников: у него очень высокая орбита и очень большой эксцентриситет, именно эти параметры вносят основной вклад в изучаемый эффект. Тем не менее детальных расчетов не проводилось, тогда как всестороннее исследование эффекта отклонения импульсов в результате действия релятивистских поправок на примерах различных реальных ИСЗ является очень важной задачей.

Мы провели такое исследование на нескольких ИСЗ «РадиоАстрон» [18] и всех 24-х ИСЗ группировки ГЛОНАСС [19]. Для этого был разработан собственный алгоритм численных расчетов в рамках обоих способов. Поскольку они разнятся не более чем на тысячные доли секунды, мы приводим единые результаты. Программное обеспечение состоит из двух компонентов: графического интерфейса для задания параметров расчета и библиотеки расчетов данных по параметрам. Реализован вывод графиков по заданным параметрам. При этом используются следующие значения: для параметров Земли – $R_{\oplus} = 6,378137 \cdot 10^6$ м, $\Omega = 7,292211 \cdot 10^{-5} \cdot \text{с}^{-1}$, $GM_{\oplus} = 3,98603 \cdot 10^{14}$ м³·с⁻², для скорости света – $c = 299,792458 \cdot 10^6$ м·с⁻¹. Эффект был рассчитан как для реальных параметров орбит ИСЗ, так и для их вариаций.

Прежде всего для проверки теоретических формул и численных программ были сделаны расчеты для спутника «РадиоАстрон». На самом деле формулы были применены к реальным спутникам, но насколько полученная оценка близка к реальному эффекту – неизвестно. В определенном смысле это игровая модель, в рамках которой эффект и его свойства проявляются очень ярко. Для расчетов были использованы данные пособия [18] и выбраны следующие параметры: $a(1+e) = 3,5 \cdot 10^5$ км, $a(1-e) = 5,0 \cdot 10^4$ км, $i = 51,6^\circ$, $\omega = 0^\circ$, $\lambda = 0^\circ$, $\varphi_0 = 56^\circ 00'$, $\lambda_0 = 36^\circ 49'$.

Изменения угла α за период обращения отображены на рис. 1. В максимуме эффект имеет величину значительную, но не превышающую $36''$. Серым цветом обозначен наблюдаемый с выбранной станции эффект, где ограничением является положение над горизонтом в 15° .

Параметры орбиты спутника «РадиоАстрон» меняются с периодичностью примерно в 5 лет [18]. Эти данные были дешифрованы для получения параметров орбиты спутника за 5 лет с декабря 2017 года. На каждый из дней цикла на начало суток был рассчитан угол, а его изменение в течение 5-летнего цикла показано на рис. 2. Максимальное значение эффекта для данных [18] – около $16''$. Не было получено максимального значения $36''$, ведь эффект рассчитывался лишь на начало суток без привязки к максимуму.

Чтобы оценить, насколько значительно и качественно эффект зависит от параметров, были сделаны расчеты для исходного набора данных при вариации угла наклона i , долготы восходящего узла λ , аргумента перигея ω и эксцентриситета e . Оказалось, что изменения i и λ не сильно влияют на диапазон изменения угла за

период обращения. Причина в том, что такие вариации мало меняют расстояние до спутника (не приводим графиков), а вот вариации ω и e (см. рис. 3 и 4) изменяют это расстояние, а следовательно, и эффект значительно. Например, для $e = 0,9$ эффект достигает $44''$. Существенным для этих результатов является большая величина исходного эксцентриситета.

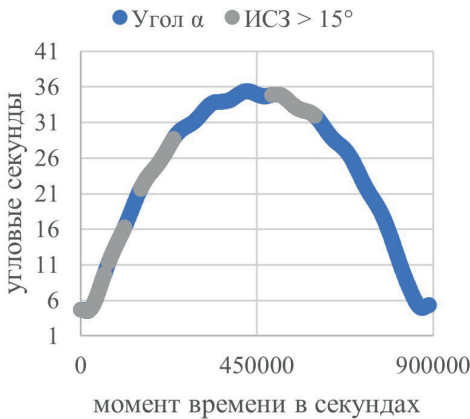


Рис. 1. Изменение α за период обращения ИСЗ «РадиоАстрон»

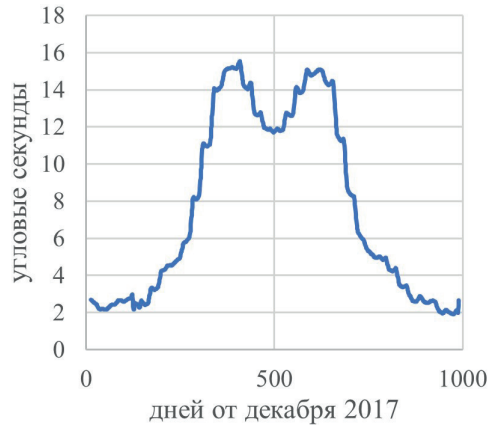


Рис. 2. Изменения α для ИСЗ «РадиоАстрон» за 5 лет

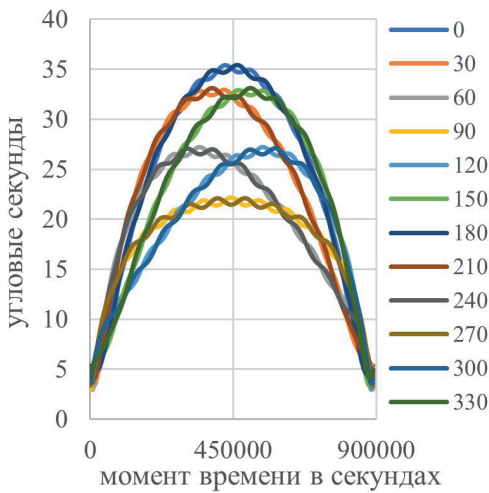


Рис. 3. Изменения α за период обращения ИСЗ «РадиоАстрон» при различных значениях аргумента перигея ω от 0° до 330° с шагом 30°

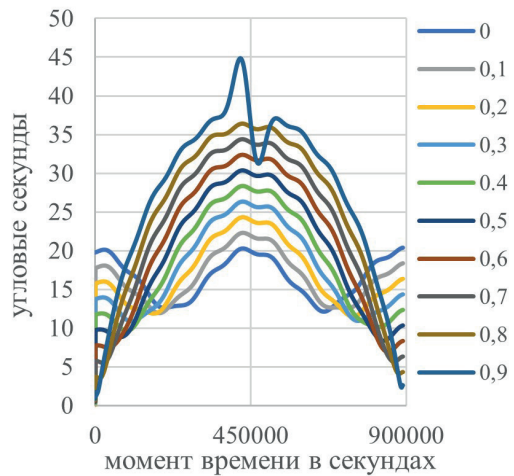


Рис. 4. Изменения α за период обращения ИСЗ «РадиоАстрон» для различных значений эксцентриситета e от 0 до 0,9 с шагом 0,1

Для расчетов по определению эффекта отклонения сигналов для спутников группировки ГЛОНАСС были использованы данные из пособия [19]:

NS	Дата	T	e	i	λ	ω
1	07.08.2023	40544,7	0,00032	64,49517	50,36562	13,68347
2	07.08.2023	40544,24	0,00197	64,93737	30,58079	-132,336
3	07.08.2023	40544,24	0,00192	64,77635	178,5927	-127,573

4	07.08.2023	40544,2	0,00095	65,08466	158,6894	-103,557
5	07.08.2023	40544,17	0,00054	65,09873	138,5206	-146,146
6	07.08.2023	40544,28	0,00059	64,47887	111,6534	128,3038
7	07.08.2023	40544,27	0,00165	64,78391	92,95447	-127,447
8	07.08.2023	40544,2	0,00207	64,79112	73,44463	-107,474
9	07.08.2023	40543,94	0,00185	63,62056	177,468	-154,111
10	07.08.2023	40543,76	0,00158	64,32575	159,6166	0,714111
11	07.08.2023	40543,79	0,00064	64,59576	-52,5411	-122,261
12	07.08.2023	40543,95	0,00115	64,36848	-75,1393	-75,5475
13	07.08.2023	40543,73	0,00025	64,31682	-94,8321	85,95703
14	07.08.2023	40543,9	0,00078	64,08078	-117,771	-122,695
15	07.08.2023	40543,91	0,00092	64,29604	-138,274	-98,1189
16	05.08.2023	40544	0,00092	64,73361	157,7343	-141,817
17	05.08.2023	40544,16	0,00096	65,52239	73,30216	-171,639
18	05.08.2023	40544,09	0,001	65,78624	54,10217	-22,4396
19	05.08.2023	40543,93	0,00025	66,03824	37,67246	139,4495
20	05.08.2023	40544,1	0,00075	66,05248	12,93022	-9,87122
21	05.08.2023	40543,55	0,00067	65,72478	-12,3852	167,4426
22	05.08.2023	40544,13	0,00085	64,77618	-29,8859	-75,3442
23	05.08.2023	40543,5	0,00041	65,90193	-53,3656	96,5863
24	05.08.2023	40544,07	0,00062	64,86202	-74,5611	-134,467

Примечание: $T = 2\pi\sqrt{a^3/GM_{\oplus}}$ – период обращения в секундах.

В качестве лазерной была выбрана станция «Менделеево-1» с координатами $\varphi_0 = 56,0267^\circ$, $\lambda_0 = 37,2234^\circ$. Эффект был рассчитан для всех спутников. Как и ожидалось, основной вклад в него вносит удаление спутника от начала топоцентрической системы координат. По форме орбит все спутники ГЛОНАСС мало отличаются друг от друга, поэтому для более детального исследования были взяты 2 спутника с максимальной большой и минимально большой полуосями – это ГЛОНАСС-1 и ГЛОНАСС-23, результаты исследования которых обсуждаются в статье. На рис. 5 и 6 приведены графики эффекта для каждого из спутников в течение периодов их обращения. В обоих случаях максимальное значение эффекта составляет около $2,9''$. Отмечаем, что разница между максимальными значениями эффекта для каждого из них составляет всего около $0,2''$, что незначительно, но в принципе может быть обнаружено.

Были сделаны расчеты при вариации набора данных каждого из этих двух спутников. Результаты вариаций угла наклона i для спутника ГЛОНАСС-1 приведены на рис. 7, долготы восходящего узла λ – на рис. 8, аргумента перигея ω – на рис. 9, эксцентриситета – на рис. 10.

Результаты вариаций качественно отличаются от аналогичных для ИСЗ «Радио-Астрон» (следует брать в расчет существенно разнящиеся масштабы). Причина различий – в значительно меньшем значении большой полуоси и чрезвычайно малом эксцентриситете, однако сохраняется основная зависимость эффекта отклонения импульса от расстояния.

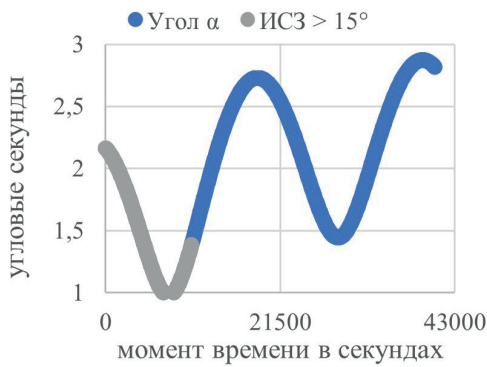


Рис. 5. Изменение угла α за период обращения ИСЗ ГЛОНАСС-1

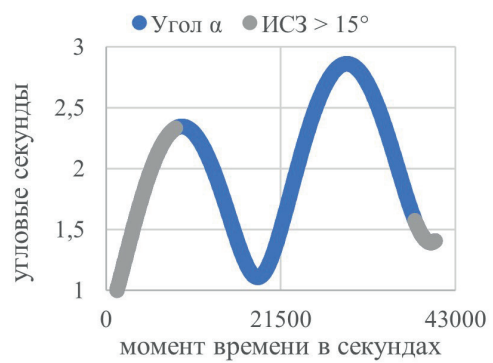


Рис. 6. Изменение угла α за период обращения ИСЗ ГЛОНАСС-23

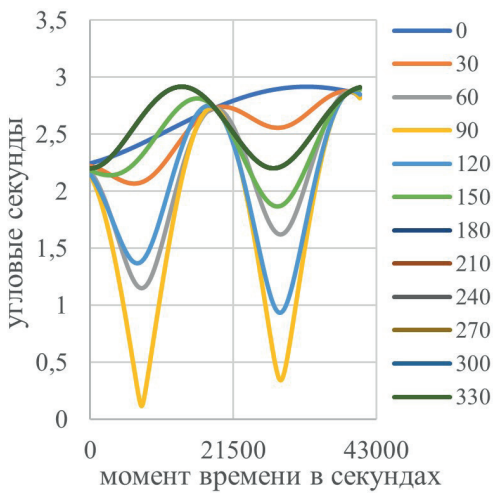


Рис. 7. Изменения α за период обращения ИСЗ ГЛОНАСС-1 при различных углах наклонения i орбиты от 0° до 330° с шагом 30°

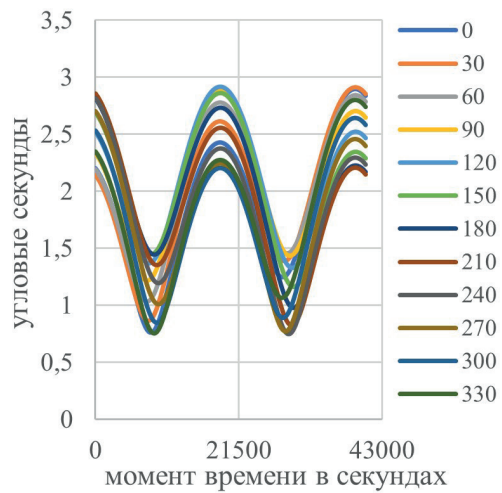


Рис. 8. Изменения α за период обращения ИСЗ ГЛОНАСС-1 при различных долготах восходящего узла λ от 0° до 330° с шагом 30°

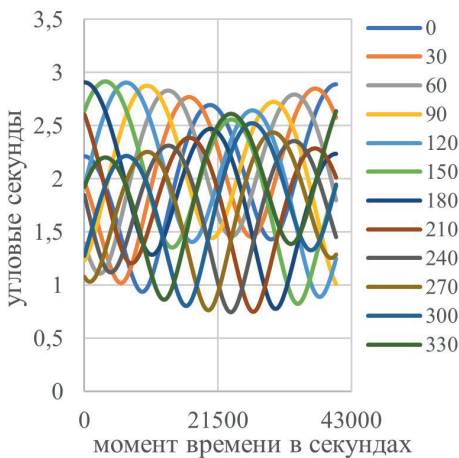


Рис. 9. Изменения α за период обращения ИСЗ ГЛОНАСС-1 при различных значениях аргумента перигея ω от 0° до 330° с шагом 30°

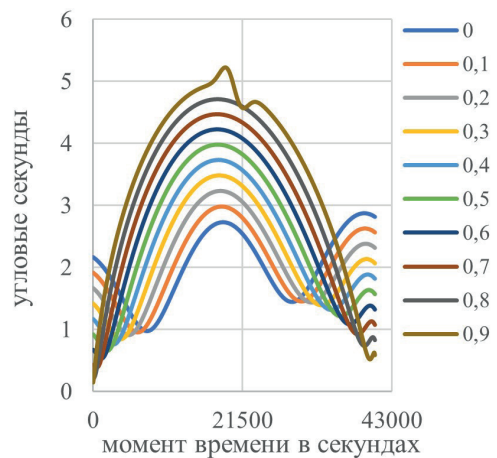


Рис. 10. Изменения α за период обращения ИСЗ ГЛОНАСС-1 при различных эксцентриситетах e от 0 до 0,9 с шагом 0,1

Перспективы исследования. Рассмотренная модель не вполне соответствует действительности. Развитие модели и оценка не учтенных в настоящее время факторов представляются необходимыми. Их как минимум два: учет несферичности Земли, что приведет к изменению координат ИСЗ (4) в системе отсчета станции, а также ньютонова потенциала Земли, величина которого сопоставима с центробежным потенциалом на высоте орбит, и сравнение с результатами [12]. Для исследования будут внесены значения гравитационного потенциала в (1).

Как показали численные расчеты, для ИСЗ ГЛОНАСС учет их малых эксцентриситетов не вносит значимого вклада в эффект, поэтому расчеты для них могут быть упрощены занулением как самих эксцентриситетов, так и аргументов перигея. Такое упрощение дает реальную возможность создать программу для определения вариаций параметров орбиты путем анализа вариаций эффекта отклонения импульсов. Далее такая программа может быть обобщена на ИСЗ с произвольными параметрами.

Заключение

В статье представлены расчеты релятивистского эффекта отклонения электромагнитного импульса при лазерной локации ИСЗ, которые были объединены и сопоставлены с результатами работ [13] и [15]. Определяются координаты ИСЗ на его кеплеровой орбите в каждый момент времени и приводятся уравнения распространения лазерных сигналов. Посредством вычисления направления касательных к траекториям исходящих и приходящих сигналов определяется угол между ними. Сделаны оценки для допустимых приближений. Теоретические расчеты проводятся различными способами: путем «нормирования» их на момент отражения сигнала от спутника или «нормирования» конечных формул на моменты излучения и приема отраженного сигнала. В теоретическом смысле эти подходы эквивалентны, хотя «нормирование» на момент отражения (19) описывает эффект как явную функцию положения спутника на орбите.

Формулы использованы с целью численного расчета эффекта для реальных ИСЗ, таких как «РадиоАстрон» [16] и всех 24-х ИСЗ группировки ГЛОНАСС [17]. В будущем планируется оценить влияние более слабых факторов, в частности гравитационного поля Земли и ее сжатия. Учет величины отклонения лазерного импульса, вызванного релятивистскими законами, может улучшить локацию искусственных спутников Земли. Детектирование эффекта отклонения может служить как для фиксации параметров орбит спутников, включая их нештатные вариации, так и для тестирования релятивистской теории (не только СТО или ОТО, но и обобщенных теорий гравитации).

Исследование выполнено в рамках Федерального проекта «Поддержание, развитие и использование системы ГЛОНАСС» государственной программы Российской Федерации «Космическая деятельность России» на 2021–2030 гг., регистрационный номер ЕГИСУ № 1210806000081-5.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Чаплинский В.С.** Приложение релятивистской теории к задачам траекторных измерений космических аппаратов // Космические исследования. 1985. Т. 23. Вып. 1. С. 49–62.
2. **Брумберг В.А.** Релятивистская небесная механика. М.: Наука, 1972.

3. Bartels, N., Allenspacher, P., Hampf, D., et al., Space object identification via polarimetric satellite laser ranging, *Communications Engineering*, 2022, vol. 1, p. 5.
4. EDC WEBSITE (2023) <https://edc.dgfi.tum.de/en/>
5. Glaser, S., König, R., Neumayer, K., et al., Future SLR station networks in the framework of simulated multi-technique terrestrial reference frames, *J. Geod.*, 2019, vol. 93, pp. 2275–2291.
6. Hampf, D., Schafer, E., Sproll, F., et al., Satellite laser ranging at 100 kHz pulse repetition rate, *CEAS Space*, 2019, vol. 11, pp. 363–370.
7. Wilkinson, M., Schreiber, U., Procházka, I., et al., The next generation of satellite laser ranging systems, *J. Geod.*, 2019, vol. 93, pp. 2227–2247.
8. Xue, L., Li, Z., Zhang, L., et al., Satellite laser ranging using superconducting nanowire single-photon detectors at 1064 nm wavelength, *Opt. Lett.*, 2016, vol. 16, pp. 3848–3851.
9. Kucharski, D., Kirchner, G., Otsubo, T., Koidl, F., A method to calculate zero-signature satellite laser ranging normal points for millimeter geodesy – a case study with Ajsai, *Earth, Planets and Space*, 2015, vol. 67. Article number: 34.
10. Ashby, N., Relativity in the Global Positioning System, *Living Rev. Relativity*, 2003, vol. 6, pp. 1–42.
11. Денисов М.М., Кравцов Н.В., Кривченко И.В. Оптические эффекты во вращающейся системе отсчета // Письма в ЖЭТФ. 2007. Т. 85. №8. С. 498–500.
12. Денисов М.М. Релятивистские поправки при лазерной локации космических аппаратов // Матем. моделирование. 2008. Т. 20. № 6. С. 57–66.
13. Денисов В.И., Денисов М.М. Математическое моделирование угловых искажений при лазерной локации ИСЗ «РадиоАстрон» // ЖВММФ. 2008. Т. 48. № 8. С. 1500–1509.
14. Денисов М.М., Зубрило А.А. Исследование распространения лазерного импульса во вращающейся системе отсчета // Вестник МУ. Серия 3. Физика. Астрономия. 2009. №6. С. 11–14.
15. Останина М.В., Пасисниченко М.А., Ростовский В.С. Математическое моделирование релятивистского эффекта при лазерной локации искусственных спутников Земли // Вестник МУ. Серия 3. Физика. Астрономия. 2013. № 6. С. 42–46.
16. Мазаева И. В., Пасисниченко М.А. Влияние релятивистского закона преобразования углов на результаты лазерной локации ИСЗ, находящихся на круговых орбитах и оснащенных единичными ретрорефлекторами // Вестник МУ. Серия 3. Физика. Астрономия. 2017. №4. С. 60–67.
17. Мазаева И.В., Гавриш О.Н., Лебедева М.В. Численное исследование эффективности лазерной локации искусственных спутников Земли, находящихся на эллиптических орбитах. // Вестник МУ. Серия 3. Физика. Астрономия. 2021. №4. С. 52–57.
18. *Radioastron User Handbook*, prepared by the RadioAstron Science and Technical Operations Groupb Version 2.94, 10 December 2019.
19. ДАННЫЕ ГЛОНАСС: <https://glonass-iac.ru/glonass/ephemeris/>
20. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. М.: Наука, 1988.
21. Montenbruck, O., Gill, E., *Satellite orbits: Models. Methods. Applications*, Springer: Heidelberg, Dordrecht, London, New York, 2012.

Mazurova, E.M. (Public Not-for Profit Organization “Roskadastr”, Moscow), Petrov, A.N. (Public Not-for Profit Organization “Roskadastr”; Lomonosov Moscow State University), Bakharev, F.S. (Public Not-for Profit Organization “Roskadastr”), and Klypin, I.A. (Public Not-for Profit Organization “Roskadastr”; Moscow State University of Geodesy and Cartography)

About the Deviation of Electromagnetic Pulses in an Earth-Fixed Rotating Reference Frame, *Giroskopiya i Navigatsiya*, 2024, vol. 32, no. 2 (125), pp. 151–167.

Abstract. The position of an artificial Earth satellite or the Moon is determined by laser ranging. Laser measurements of distances are carried out from ground stations to satellites equipped with corner reflectors or to the reflectors located on the surface of the Moon. The time interval between the emission and reception of ultrashort laser pulses at the same station make it possible to determine the position of the satellite or the Moon at the moment of

reflection. In this case, the signal emitted from the station and the reflected signal from the satellite follow different paths. In this case, an angle is formed between the direction of the emitted and reflected signals at the location point. It is this deviation of laser signal paths that is the subject-matter of this paper. Since the Earth-fixed rotating reference frame is noninertial, calculations are performed with consideration for the theory of relativity. The spherical shape of the Earth and the Keplerian orbits of satellites are considered without taking into account the Earth's gravitational field. The signal deviation significantly depends both on the satellite orbital parameters and the Earth's rotation rate. The mathematical calculations allow the authors to generalize and compare the results of studies of this effect obtained from various available publications. They were also used in numerical calculations on the example of a high-orbit and high-eccentricity satellite RadioAstron and all of the 24 GLONASS low-orbit satellites with minor eccentricities. The magnitudes of both the effect itself and its variations depending on the changes in the satellite orbit parameters are calculated. The accuracy of modern instruments is sufficient to record the effect, and the result obtained will increase the efficiency of their application. In the future, it is planned to evaluate the factors of the Earth oblateness and its gravitational potential.

Key words: artificial Earth satellite, laser navigation.

Материал поступил 27.12.2023