

Д. А. КОШАЕВ

МНОГОАЛЬТЕРНАТИВНЫЙ АЛГОРИТМ ОДНОПАЯКОВОЙ НАВИГАЦИИ АВТОНОМНОГО НЕОБИТАЕМОГО ПОДВОДНОГО АППАРАТА БЕЗ АПРИОРНЫХ ДАННЫХ О ЕГО МЕСТОПОЛОЖЕНИИ. ЧАСТЬ 1. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ

Рассматривается задача позиционирования автономного необитаемого подводного аппарата (АНПА) по измерениям дальности и, возможно, радиальной скорости относительно одного гидроакустического маяка, составляющим скорости и приращением координат от инерциальной навигационной системы, а также данным относительного либо абсолютного лага. Допускаются перерывы в поступлении гидроакустических измерений. Наличие априорной информации о взаимном расположении АНПА и маяка не предполагается. Для решения задачи предлагается многоальтернативный алгоритм на основе банка обобщенных фильтров Калмана, которые независимо друг от друга оценивают начальную горизонтальную дальность и погрешности используемых данных при различных гипотезах о значении начального азимута АНПА относительно маяка. Текущие координаты АНПА определяются по результатам работы фильтров с учетом апостериорных вероятностей соответствующих им гипотез. Алгоритм достаточно прост для программирования и не требует чрезмерных вычислительных ресурсов.

Ключевые слова: автономный необитаемый подводный аппарат, однопаяковая навигация, многоальтернативная фильтрация.

Введение

Метод однопаяковой навигации автономного необитаемого подводного аппарата (АНПА) – он же метод синтезируемой длинной базы – был сформулирован более 20 лет назад [1]. Его достоинством является минимум необходимой гидроакустической аппаратуры и плавсредств. В отличие от метода длинной базы с сетью излучателей на придонных маяках или буйах, метода короткой базы с излучателем на АНПА и набором разнесенных приемников на судне, метода ультракороткой базы с излучателем на маяке и группой разнесенных приемников на АНПА, здесь используется только один излучатель на маяке и один приемник на АНПА [2–4]. Недостатком однопаякового метода является достижение приемлемой точности позиционирования лишь по прошествии определенного времени. В роли гидроакустического маяка может выступать буй, установленный на якорю либо свободно дрейфующий, или надводный аппарат, самоходный либо буксируемый.

Кошаев Дмитрий Анатольевич. Доктор технических наук, ведущий научный сотрудник, АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», Университет ИТМО (С.-Петербург). Действительный член международной общественной организации «Академия навигации и управления движением».

С помощью маяка в зависимости от типа используемой гидроакустической аппаратуры могут формироваться измерения дальности, радиальной скорости (доплеровские измерения), а в некоторых случаях и измерения пеленга на маяк. Зачастую из них применяются только измерения дальности. В настоящей работе речь идет об использовании измерений дальности, которые дополняются, но это необязательно, измерениями радиальной скорости от одиночного гидроакустического датчика.

Помимо измерительных гидроакустических сигналов от маяка предполагается получение информационных пакетов, содержащих данные установленного на нем приемника спутниковой навигации. На АНПА используется либо система счисления на основе лага и курсоуказателя, либо инерциальная навигационная система (ИНС) с лагом. После получения координат АНПА относительно маяка они пересчитываются в абсолютные координаты с использованием текущих географических координат от маяка.

Несмотря на сравнительно скромный объем доступной гидроакустической информации, в задаче одномаяковой навигации существуют различные алгоритмы ее решения. Пожалуй, наибольшее распространение получили алгоритмы на основе обобщенного (или расширенного) фильтра Калмана (ОФК) – Extended Kalman Filter [2, 4–6] и фильтра частиц (ФЧ) – Particle Filter [2, 4, 5]. ОФК привлекает простотой своей реализации, но он может применяться только при достаточно малой погрешности априорного знания координат АНПА. ФЧ является универсальным инструментом для решения нелинейных задач оценивания. Он предполагает моделирование множества случайных реализаций вектора состояния. При небольшой размерности вектора состояния – в простых случаях он может включать лишь две координаты – ФЧ не требует значительных вычислительных затрат. Тем не менее при необходимости корректного описания погрешностей используемых в задаче данных, к примеру погрешностей ИНС, размерность вектора состояния, а следовательно, и объем необходимых для ФЧ вычислений существенно возрастают.

Метод максимального правдоподобия также применим к задаче одномаяковой навигации, когда траектория АНПА имеет параметрическое представление. Метод особенно удобен в случае прямолинейного и равномерного движения АНПА [7]. Неизвестными и подлежащими определению параметрами при этом являются начальные координаты, модуль скорости и курс. Можно также оценивать неизвестную скорость звука в воде. Необходимость соблюдать условия прямолинейного и равномерного движения АНПА или другого параметрического представления траектории накладывает определенные ограничения на применение данного метода.

Возможна комбинация ФЧ и ОФК, когда ФЧ применяется для получения начального приближения, точность которого позволяет эффективно использовать ОФК [8]. Однако применение такого смешанного подхода все равно не избавляет от значительных затрат, связанных с реализацией ФЧ на начальном этапе решения. Стоит отметить описанные в [9] решения, направленные на сокращение априорной неопределенности положения АНПА. Эти решения основаны на стабилизации положения АНПА вблизи дна с помощью системы технического зрения и оценивания его постоянных координат по сигналам от подвижного маяка, буксируемого, например, на двух прямолинейных галсах. Как показывают результаты испытаний, эти решения эффективны, но очевидно, для их реализации требуются дополнительное дорогостоящее оборудование и определенные условия в районе плавания – дно должно быть достижимо для АНПА.

Достаточно экономичное решение задачи одномаяковой навигации при неуправляемом маяке предложено в [10]. Оно основано на определении значений координат АНПА по каждой паре одномоментных измерений дальности и радиальной скорости с фильтрацией этих значений на основе фильтра Калмана, в котором используется компактная стохастическая модель движения АНПА. Исключение неоднозначности навигационного решения, т.е. определение борта АНПА, со стороны которого находится маяк, возлагается на отдельную процедуру с выполнением маневра АНПА по курсу. В те моменты, когда на АНПА получено только одно измерение (либо дальности, либо радиальной скорости), от него приходится отказываться, так как данное решение не предусматривает обработку отдельного измерения.

В работах [11, 12] показано, что по сравнению с ОФК полиномиальный фильтр (ПФ) в задаче одномаяковой навигации позволяет более корректно учесть нелинейную зависимость дальности и радиальной скорости от оцениваемых параметров. Вычислительные затраты при реализации ПФ несколько больше, чем у ОФК, но они вполне оправданы. Структура измерений здесь такова, что обработка измерения радиальной скорости возможна только при наличии на тот же момент измерения дальности. Судя по результатам, ПФ способен вырабатывать характеристики точности, соответствующие уровню действительных погрешностей при достаточном удалении от маяка (500 м). Решение на основе ПФ предполагает наличие априорной информации о начальных координатах АНПА. Отмечается, что при значительном уровне погрешностей априорных координат эффективность ПФ снижается.

Стоит сказать о серии работ [13–15], посвященных задаче наведения АНПА на неподвижную подводную причальную станцию с применением гидроакустических измерений дальности и системы счисления. Эта задача перекликается с рассматриваемой задачей одномаяковой навигации. В ней отсутствует априорная информация о взаимном положении АНПА и причальной станции. Три координаты причальной станции являются оцениваемыми параметрами, совместная плотность вероятности которых представляется в виде взвешенной суммы гауссовских плотностей, что, собственно, и дало название методу – Sum of Gaussian. Математические ожидания и ковариационные матрицы гауссовских плотностей, как и их веса, уточняются по мере обработки новых измерений с помощью банка ОФК. Априорные математические ожидания гауссовских плотностей координат причальной станции располагаются на поверхности сферы, окружающей АНПА, с радиусом, равным начальному измерению дальности. Сверху и снизу сфера срезана известными значениями минимальной и максимальной глубины. Решение имеет отчасти эмпирический характер: например, оно предполагает эмпирический подбор априорных ковариационных матриц координат причальной станции для гауссовских плотностей. Эффективность решения подтверждена результатами натурных испытаний. Понятно, что подобное решение применимо и к задаче одномаяковой навигации в условиях отсутствия априорных данных о местоположении АНПА. Тем не менее в настоящей работе используется несколько иной подход, в котором эмпирическая составляющая играет меньшую роль.

Предлагаемый алгоритм решения задачи одномаяковой навигации построен на основе метода многоальтернативной (Multiple Model) фильтрации, впервые представленного в [16] и в настоящее время применяемого в ряде задач навигации, слежения за целями и диагностики нарушений [17–23]. Одной из особенностей алгоритма

является то, что искомые координаты АНПА не включаются в вектор состояния, а определяются опосредованно, по результатам работы банка ОФК. Эти ОФК независимо друг от друга оценивают вектор состояния, куда входят начальная горизонтальная дальность и погрешности используемых данных. ОФК настраиваются на различные гипотезы о значении начального азимута АНПА относительно маяка, которые имеют равномерное априорное распределение вероятностей на интервале от 0 до 2π . В отличие от решения из [13–15], здесь не нужно эмпирически подбирать параметры для банка ОФК. В алгоритме нет разделения на этапы исключения неоднозначности начального положения и последующего однозначного оценивания координат, что имеет место в [8, 10]. Первоначальная неоднозначность никак не препятствует выполнению решения, она устраняется автоматически при условии непрямолинейного движения АНПА относительно маяка. В отличие от [10–12] в предлагаемом алгоритме измерения дальности и радиальной скорости обрабатываются отдельно, так что отсутствие одного из них не мешает обрабатывать другое. Допускается отсутствие обоих гидроакустических измерений. Модель движения АНПА для прогноза его координат в ОФК не привлекается. Несмотря на использование банка ОФК, алгоритм не является чрезмерно затратным, поскольку гипотезы, с которыми работают ОФК, связаны со значением лишь одного постоянного параметра (начального азимута АНПА) и их количество находится в разумных пределах. Это выгодно отличает предлагаемый алгоритм от решения на основе ФЧ [2, 4, 5], где генерируется множество реализаций как минимум для двух координат АНПА. Достоинством нового алгоритма является и то, что он не требует двигаться по траектории с заданным параметрическим представлением, как в методе максимального правдоподобия [7].

Первая часть статьи содержит постановку задачи одномаяковой навигации с участием ИНС, лага и свободно дрейфующего маяка, а также формализованное описание алгоритма ее решения. Во второй части используются в алгоритме величины конкретизируются для случая применения бесплатформенной ИНС на датчиках угловой скорости и относительного лага, приводятся результаты моделирования при сближении с маяком в конечной точке траектории на 100 м, при разных скоростях движения, без пропусков и с пропусками в поступлении гидроакустических измерений.

1. Постановка задачи позиционирования АНПА по измерениям дальности и радиальной скорости от одного гидроакустического маяка

Определим взаимное положение АНПА и дрейфующего гидроакустического маяка в горизонтальной плоскости, как это показано на рис. 1. Имеется в виду положение АНПА в моменты получения гидроакустических измерений относительно маяка в моменты излучения им измерительных сигналов. Под маяком понимается положение установленного на нем гидроакустического излучателя, а под АНПА – положение одиночного бортового гидрофона. Предполагается, что шкалы времени гидроакустической аппаратуры АНПА и маяка синхронизированы с пренебрежимо малой погрешностью. Положение АНПА определим в прямоугольной системе координат Oxy , которая поступательно движется вместе с маяком и имеет географическую ориентацию осей: ось y направлена на север, O – точка расположения маяка в моменты излучения им гидроакустических сигналов. Точкой A_k обозначается по-

положение АНПА в момент t_k , где $k = 0, 1, 2, \dots$ – текущий шаг решения. Интерес представляют координаты x_k, y_k точки \mathbb{A}_k . Отметим, что речь идет о координатах АНПА в k -й момент относительно положения маяка, соответствующего тому же моменту. В связи с этим начальные координаты x_0, y_0 , начальный азимут α_0 и начальную горизонтальную дальность d_0 АНПА относительно маяка можно рассматривать как постоянные параметры.

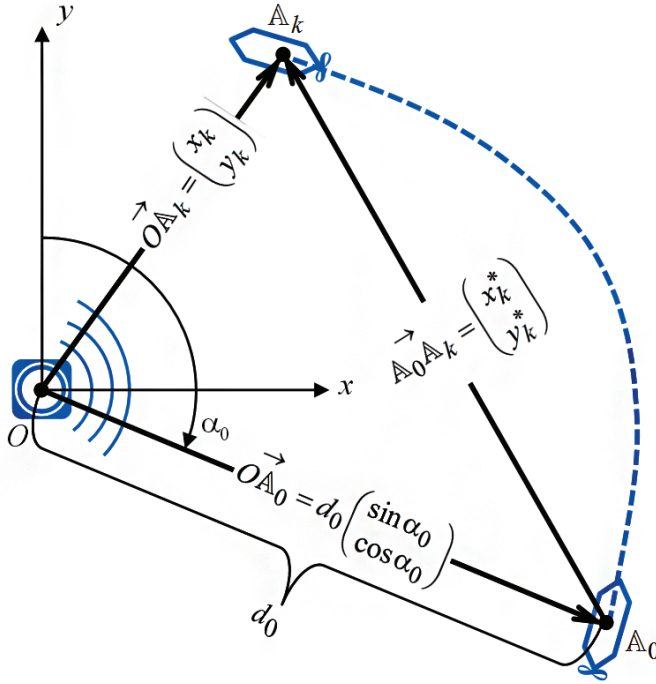


Рис. 1. Положение АНПА относительно подвижного гидроакустического маяка

Согласно векторному равенству $\vec{O A}_k = \vec{O A}_0 + \vec{A}_0 A_k$ искомые координаты могут быть представлены как

$$x_k = d_0 \sin \alpha_0 + x_k^*, \quad y_k = d_0 \cos \alpha_0 + y_k^*, \quad (1)$$

где x_k^*, y_k^* – приращения относительных координат АНПА на интервале $[t_0; t_k]$. Очевидно, что $x_0^* = y_0^* = 0$.

Допустим, что на борту АНПА имеются ИНС. Кроме того, известны приближенные значения составляющих скорости сноса маяка, вызванного течением и ветром, которые могут быть получены, например, путем осреднения на некотором интервале показаний скорости от установленного на маяке приемника спутниковой навигации. Предполагается, что от маяка на АНПА передаются информационные сообщения. По данным ИНС и скорости сноса определяются значения приращений горизонтальных координат АНПА и составляющих его скорости относительно маяка

$$\tilde{x}_k^* = x_k^* - \delta x_k^*, \quad \tilde{y}_k^* = y_k^* - \delta y_k^*, \quad \tilde{\dot{x}}_k^* = \dot{x}_k^* - \delta \dot{x}_k^*, \quad \tilde{\dot{y}}_k^* = \dot{y}_k^* - \delta \dot{y}_k^*, \quad (2)$$

где δx_k^* , δy_k^* , $\delta \dot{x}_k^*$, $\delta \dot{y}_k^*$ – погрешности выработки соответствующих параметров, причем $\check{x}_0^* = \check{y}_0^* = \delta x_0^* = \delta y_0^* = 0$. Подробнее о формировании значений (2) будет сказано во второй части настоящей статьи. Сейчас предлагается сосредоточиться на принципиальных моментах.

Предположим также, что на АНПА установлен абсолютный или относительный лаг, измеряющий одну либо две проекции скорости на оси АНПА. Из измерений лага и соответствующих им проекций скорости, рассчитанных с помощью данных ИНС, на k -й момент времени формируется m_k^* -мерный вектор разностных измерений Y_k^* , в которых истинные значения скорости исключаются и остаются лишь разности погрешностей их определения. При использовании относительного лага в разностных измерениях могут быть также учтены составляющие скорости течения. Их приближенными оценками служат составляющие скорости сноса маяка, которые уже задействованы при формировании (2). Размерность m_k^* может принимать значение 0, если измерения лага на k -й момент отсутствуют; 1 или 2, если лаг измеряет одну или две составляющие скорости.

Погрешности ИНС и данных о скорости сноса маяка, а также, возможно, медленно меняющиеся погрешности измерений лага опишем с помощью n^* -мерного вектора X_k^* , который подчиняется уравнению формирующего фильтра

$$X_k^* = \Phi_k^* X_{k-1}^* + W_k^*, \quad (3)$$

где Φ_k^* – переходная матрица, W_k^* – белый шум с центрированным гауссовским распределением и ковариационной матрицей Q_k^* . Начальное условие X_0^* – гауссовский центрированный вектор с заданной ковариационной матрицей.

Входящие в (2) погрешности и вектор разностных измерений Y_k^* представим в виде линейных функций вектора X_k^* :

$$\begin{pmatrix} \delta x_k^* \\ \delta y_k^* \end{pmatrix} = A X_k^*, \quad \begin{pmatrix} \delta \dot{x}_k^* \\ \delta \dot{y}_k^* \end{pmatrix} = B X_k^*, \quad (4)$$

$$Y_k^* = H_k^* X_k^* + V_k^*, \quad (5)$$

где A , B – матрицы преобразования, H_k^* – матрица наблюдения, V_k^* – вектор белозумных погрешностей лага с центрированным гауссовским распределением и диагональной ковариационной матрицей R_k^* . Состав вектора X_k^* может быть различным. Пример приведен во второй части статьи. В любом случае, в X_k^* включаются погрешности ИНС в выработке горизонтальных составляющих скорости и погрешности определения скорости сноса маяка. Матрица B с помощью элементов ± 1 формирует разности этих погрешностей – δx_k^* , δy_k^* . В то же время X_k^* содержит δx_k^* , δy_k^* – интегралы от $\delta \dot{x}_k^*$, $\delta \dot{y}_k^*$. Матрица A просто выделяет δx_k^* , δy_k^* из X_k^* с помощью единичных элементов.

С помощью гидроакустической системы формируются измерения дальности и, возможно, радиальной скорости:

$$\check{D}_k = D_k \check{c} / c + \delta D_k \approx D_k - D_k \delta c / \check{c} + \delta D_k, \quad \check{\dot{D}}_k = \dot{D}_k \check{c} / c + \delta \dot{D}_k \approx \dot{D}_k - \dot{D}_k \delta c / \check{c} + \delta \dot{D}_k, \quad (6)$$

где D_k , \dot{D}_k – истинные дальность и радиальная скорость АНПА относительно маяка; c – истинная скорость звука; \tilde{c} – априорное значение скорости звука, используемое при получении гидроакустических измерений; $\delta c = c - \tilde{c}$; δD_k , $\delta \dot{D}_k$ – бел шумные погрешности измерений. Погрешности δc , δD_k , $\delta \dot{D}_k$ представляют собой центрированные, гауссовские, некоррелированные друг с другом величины со среднеквадратическими отклонениями (СКО) σ_c , σ_D , $\sigma_{\dot{D}}$. Предполагается, что глубина погружения АНПА в ходе решения задачи существенно не меняется, поэтому скорость звука c и, как следствие, ее погрешность δc считаются постоянными. Для некоторых k возможно отсутствие какого-либо одного или обоих измерений (6). Обязательным будем считать лишь наличие измерения дальности в начальный момент – \tilde{D}_0 . Измерения радиальной скорости могут полностью отсутствовать. Измерения дальности формируются путем измерения задержки прохождения сигнала между маяком и АНПА. Измерения радиальной скорости определяются по доплеровскому сдвигу частоты несущей.

Входящие в (6) истинные дальность и радиальная скорость – это

$$D_k = \sqrt{x_k^2 + y_k^2 + z_k^2}, \quad \dot{D}_k = \left(\dot{x}_k^* x_k + \dot{y}_k^* y_k + \dot{z}_k z_k \right) / \sqrt{x_k^2 + y_k^2 + z_k^2}, \quad (7)$$

где z_k , \dot{z}_k – вертикальная координата и вертикальная скорость АНПА относительно маяка, которые полагаем известными величинами. Горизонтальные координаты x_k , y_k и составляющие скорости \dot{x}_k^* , \dot{y}_k^* на основании (1), (2) представим как

$$x_k = d_0 \sin \alpha_0 + \tilde{x}_k^* - \delta x_k^*, \quad y_k = d_0 \cos \alpha_0 + \tilde{y}_k^* - \delta y_k^*, \quad \dot{x}_k^* = \tilde{\dot{x}}_k^* - \delta \dot{x}_k^*, \quad \dot{y}_k^* = \tilde{\dot{y}}_k^* - \delta \dot{y}_k^*. \quad (8)$$

Начальная горизонтальная дальность d_0 представляет собой неизвестный параметр. Но обязательное по условию задачи измерение \tilde{D}_0 позволяет уже в начальный момент оценить d_0 , используя для D_0 выражение

$$D_0 = \sqrt{d_0^2 + z_0^2}. \quad (9)$$

Начальный азимут α_0 полагаем случайной величиной с равномерной на интервале от 0 до 2π плотностью распределения вероятности. Таким образом, в задаче не предусматривается использование какой-либо априорной информации о начальном местоположении АНПА относительно маяка.

Требуется оценить относительные координаты АНПА x_k , y_k с использованием разностных измерений (5), которые получены по данным ИНС и лага, и гидроакустических измерений (6) с учетом (3), (4), (7)–(9). Мерой точности должны служить среднеквадратические погрешности полученных оценок.

2. Гипотезы о значении начального азимута, линеаризация дальностей и радиальных скоростей

Отсутствие априорных данных о начальном азимуте α_0 придает рассматриваемой задаче существенно нелинейный характер, что препятствует эффективному применению для ее решения алгоритмов на основе аппроксимации апостериорной плот-

ности вектора состояния с помощью двух ее первых моментов [11, 12, 18, 24, 25]. В то же время реализация оптимального в смысле среднеквадратических погрешностей алгоритма оценивания [18] связана со значительным объемом вычислений, что является проблемой для задачи, решаемой в режиме реального времени. Многоальтернативный алгоритм однопаяковой навигации, о котором идет речь в настоящей статье, позволяет преодолеть проблему априорной неопределенности положения АНПА при бережном отношении к вычислительным ресурсам. Несмотря на то что измеряемые гидроакустической системой дальности и радиальные скорости (7) нелинейно зависят от целого ряда параметров, многоальтернативное представление используется только для начального азимута α_0 . Остальные параметры рассматриваются как аргументы линейных функций, аппроксимирующих дальности и радиальные скорости. Такое рациональное сочетание многоальтернативного подхода и линеаризации приводит к сравнительно простому, но эффективному решению.

Многоальтернативное представление начального азимута α_0 предполагает, что его непрерывное распределение вероятностей заменяется на дискретное. Согласно приведенной в [19] классификации рассматриваемую многоальтернативную задачу следует отнести к категории, где альтернативы порождены методом решения. Алгоритм однопаяковой навигации работает по заданной сетке значений $\alpha_0^i, i = \overline{1, I}$. Первоначально это равномерная сетка $\alpha_0^i = 2\pi i / I, i = \overline{1, I}$. В процессе решения она преобразуется, о чем подробно будет рассказано ниже. Сейчас лишь важно, что $\alpha_0^i, i = \overline{1, I}$ определяют гипотезы о значении α_0 .

В алгоритме предусматривается использование банка ОФК, с помощью которых для различных α_0^i по одной и той же реализации измерений (5), (6) оценивается вектор состояния $X_k = (d_0 \mid \delta c \mid X_k^{*T})^T$. В ОФК истинные дальности и радиальные скорости (7) представляются в линеаризованном виде:

$$D \approx \hat{D}^i + \left[\frac{\hat{x}^i}{\hat{D}^i} \sin \alpha_0^i + \frac{\hat{y}^i}{\hat{D}^i} \cos \alpha_0^i \right] (d_0 - \hat{d}_0^i) + \frac{\hat{x}^i}{\hat{D}^i} (x^* - \hat{x}^{*i}) + \frac{\hat{y}^i}{\hat{D}^i} (y^* - \hat{y}^{*i}), \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \dot{D} \approx \hat{D}^i + \frac{\hat{x}^i}{\hat{D}^i} (\dot{x}^* - \dot{\hat{x}}^{*i}) + \frac{\hat{y}^i}{\hat{D}^i} (\dot{y}^* - \dot{\hat{y}}^{*i}) + \\ + \left[\left(\frac{\hat{x}^{*i}}{\hat{D}^i} - \frac{\hat{D}^i}{\hat{D}^i} \frac{\hat{x}^i}{\hat{D}^i} \right) \sin \alpha_0^i + \left(\frac{\hat{y}^{*i}}{\hat{D}^i} - \frac{\hat{D}^i}{\hat{D}^i} \frac{\hat{y}^i}{\hat{D}^i} \right) \cos \alpha_0^i \right] (d_0 - \hat{d}_0^i) + \\ + \left(\frac{\hat{x}^{*i}}{\hat{D}_k} - \frac{\hat{D}^i}{\hat{D}^i} \frac{\hat{x}^i}{\hat{D}^i} \right) (x^* - \hat{x}^{*i}) + \left(\frac{\hat{y}^{*i}}{\hat{D}^i} - \frac{\hat{D}^i}{\hat{D}^i} \frac{\hat{y}^i}{\hat{D}^i} \right) (y^* - \hat{y}^{*i}), \end{aligned} \quad (11)$$

где временной индекс k для простоты опущен. Здесь и далее значок \wedge означает оценку соответствующего параметра. В данном случае речь идет об оценках, полученных по результатам обработки предшествующих измерений. Верхний индекс i служит для обозначения величин, вычисленных в предположении, что $\alpha_0 = \alpha_0^i$. Приведенные выражения получены путем подстановки (8) в (7) при $\alpha_0 = \alpha_0^i$ и разложения обрванных функций в ряд Тейлора по переменным $d_0, x^*, y^*, \dot{x}^*, \dot{y}^*$ относительно

значений $\hat{d}_0^i, \hat{x}^{*i}, \hat{y}^{*i}, \hat{x}^{*i}, \hat{y}^{*i}$ с удержанием только линейных составляющих. При $k = 0$ измерение дальности обрабатывается не на основе (10), а с использованием (9). Подчеркнутая в (11) составляющая при $k = 0$ отсутствует в силу $x_0^* = y_0^* = \hat{x}_0^* = \hat{y}_0^* = 0$ (приращения координат отсчитываются от момента t_0). Значения $\hat{x}^i, \hat{y}^i, \hat{d}_0^i, \hat{D}^i, \hat{x}^{*i}, \hat{y}^{*i}, \hat{D}^i$ формируются из оценок вектора состояния с учетом (4), (7)–(9). Перейдем к более детальному рассмотрению алгоритма.

3. Многоальтернативный алгоритм

3.1. Реализация банка обобщенных фильтров Калмана для гипотез о значении α_0

При наличии измерений для k -го момента времени составим из них m_k -мерный вектор Y_k . Сначала расположим в нем вектор Y_k^* разностных измерений, затем гидроакустические измерения \check{D}_k и/или \check{D}_k . Обращаем внимание, что вектор измерений Y_k^* является линейным по отношению к вектору состояния, а измерения \check{D}_k, \check{D}_k – нелинейными. Как уже оговаривалось, вектор Y_k^* может иметь размерность $m_k^* = 0, 1, 2$, т.е. его может вообще не быть. Кроме того, возможно отсутствие одного или обоих гидроакустических измерений \check{D}_k, \check{D}_k . Обозначим компоненты вектора измерений Y_k через $Y_{k[j]}$, соответствующие строки матрицы наблюдения – через $H_{k[j]}$, а дисперсии шумов измерений – через $R_{k[j]}$, $j = \overline{1, m_k}$. Отметим, что шумы образующих вектор Y_k измерений друг с другом не коррелированы в силу диагональности ковариационной матрицы R_k^* и отсутствия корреляции между $\delta D_k, \delta \check{D}_k$.

В ОФК при $m_k \neq 0$ используется последовательная обработка измерений [17, 26], позволяющая избежать обращения матриц. При этом для каждого j вычисляются оценки вектора состояния и ковариационные матрицы их погрешностей:

$$\hat{X}_{k[j]}^i = \hat{X}_{k[j-1]}^i + G_{k[j]}^i \mathfrak{S}_{k[j]}^i, \quad P_{k[j]}^i = P_{k[j-1]}^i - G_{k[j]}^i H_{k[j]}^i P_{k[j-1]}^i, \quad j = \overline{1, m_k}, \quad (12)$$

где $\mathfrak{S}_{k[j]}^i$ – невязка измерения $Y_{k[j]}$, $G_{k[j]}^i = P_{k[j-1]}^i (H_{k[j]}^i)^T / \Theta_{k[j]}^i$ – коэффициент усиления, $\Theta_{k[j]}^i = H_{k[j]}^i P_{k[j-1]}^i (H_{k[j]}^i)^T + R_{k[j]}$ – дисперсия невязки. Значения $H_{k[j]}^i, \mathfrak{S}_{k[j]}^i, R_{k[j]}$ определим чуть позднее. Поясним, что $\hat{X}_{k[j]}^i$ при $j \geq 1$ – это оценка вектора состояния после обработки полученных на k -й момент измерений $Y_{k[1]}, \dots, Y_{k[j]}$, а $P_{k[j]}^i$ – ковариационная матрица погрешностей этой оценки. Значение $\hat{X}_{k[0]}^i$ представляет собой оценку прогноза, если $k \geq 1$, или априорную оценку, если $k = 0$, вектора состояния, $P_{k[0]}^i$ – ковариационная матрица погрешностей соответствующей оценки.

Начальные условия для (12) $\hat{X}_{0[0]}^i, P_{0[0]}^i$ одинаковы для всех i . С формальной точки зрения они должны представлять собой моменты априорного распределения вектора X_0 . Но первая компонента X_0 – это не случайная величина, а неизвестный параметр d_0 . Чтобы разрешить данную коллизию, $\hat{X}_{0[0]}^i, P_{0[0]}^i$ определяются с учетом обязательного по условию задачи измерения \check{D}_0 и выражения (9), связывающего D_0 с d_0 , а именно:

$$\hat{X}_{0[0]}^i = \hat{X}_{0[0]} = \begin{pmatrix} \check{d}_0 \\ \mathbf{O} \\ (n^*+1) \times 1 \end{pmatrix}, \quad P_{0[0]}^i = P_{0[0]} = \left(\begin{array}{c|c|c} \hline (\sigma_D^2 + \sigma_c^2 \eta^2) \rho^2 & -\sigma_c^2 \rho \eta & \mathbf{O} \\ \hline -\sigma_c^2 \rho \eta & \sigma_c^2 & \mathbf{O}_{2 \times n^*} \\ \hline \mathbf{O}_{n^* \times 2} & & P_{0[0]}^* \\ \hline \end{array} \right), \quad (13)$$

где $\check{d}_0 = \sqrt{\check{D}_0^2 - z_0^2}$, $\rho = \check{D}_0 / \check{d}_0$, $\eta = \check{D}_0 / \check{c}$, $P_{0[0]}^*$ – ковариационная матрица X_0^* , \mathbf{O} – нулевая матрица или нулевой вектор соответствующей размерности. Используемое здесь измерение \check{D}_0 не включается в вектор Y_0 и повторно не обрабатывается.

Значения $\hat{X}_{k[0]}^i$, $P_{k[0]}^i$ для $k \geq 1$ определяются по известным формулам линейного прогноза. С учетом (3) эти формулы имеют вид:

$$\hat{X}_{k[0]}^i = \Phi_k \hat{X}_{k-1[m_{k-1}]}^i, \quad P_{k[0]}^i = \Phi_k P_{k-1[m_{k-1}]}^i \Phi_k^T + Q_k, \quad (14)$$

где $\Phi_k = \begin{pmatrix} E & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \Phi_k^* \end{pmatrix}$, E – единичная матрица, $Q_k = \begin{pmatrix} \mathbf{O} & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & Q_k^* \end{pmatrix}$.

Если Y_k отсутствует ($m_k = 0$), значения $\hat{X}_{k[0]}^i$, $P_{k[0]}^i$ выступают в качестве результатов работы ОФК для k -го момента времени.

При наличии Y_k значения $H_{k[j]}^i$, $\mathcal{G}_{k[j]}^i$, $R_{k[j]}$, используемые в (12), определяются следующим образом:

- при $Y_{k[j]} = Y_{k[j]}^*$ ($j \leq m_k$) –

$$H_{k[j]}^i = H_{k[j]} = \left(\mathbf{0} \mid \mathbf{0} \mid H_{k[j]}^* \right), \quad \mathcal{G}_{k[j]}^i = Y_{k[j]} - H_{k[j]} \hat{X}_{k[j-1]}^i, \quad R_{k[j]} = R_{k[j]}^*; \quad (15)$$

- при $k \geq 1$ и $Y_{k[j]} = \check{D}_k$ (случай $k = 0$, $Y_{0[j]} = \check{D}_0$ не рассматривается, так как \check{D}_0 не включается в Y_0) –

$$\left. \begin{aligned} H_{k[j]}^i &= \left(a_{k[j-1]}^i u^i \mid -\hat{D}_{k[j-1]}^i / \check{c} \mid a_{k[j-1]}^i A \right), \\ \mathcal{G}_{k[j]}^i &= \check{D}_k - \hat{D}_{k[j-1]}^i (1 - \delta \hat{c}_{k[j-1]}^i / \check{c}), \quad R_{k[j]} = \sigma_D^2; \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

- при $Y_{k[j]} = \check{D}_k$ –

$$\left. \begin{aligned} H_{k[j]}^i &= \left(b_{k[j-1]}^i u^i \mid -\hat{D}_{k[j-1]}^i / \check{c} \mid b_{k[j-1]}^i A + a_{k[j-1]}^i B \right), \\ \mathcal{G}_{k[j]}^i &= \check{D}_k - \hat{D}_{k[j-1]}^i (1 - \delta \hat{c}_{k[j-1]}^i / \check{c}), \quad R_{k[j]} = \sigma_D^2. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Здесь $H_{k[j]}^*$ – j -я строка H_k^* , $R_{k[j]}^*$ – j -й диагональный элемент R_k^* ,

$$a_{k[j-1]}^i = \frac{\left(\hat{x}_{k[j-1]}^i \mid \hat{y}_{k[j-1]}^i \right)}{\hat{D}_{k[j-1]}^i}, \quad b_{k[j-1]}^i = \frac{\left(\hat{x}_{k[j-1]}^{*i} \mid \hat{y}_{k[j-1]}^{*i} \right) - \hat{D}_{k[j-1]}^i a_{k[j-1]}^i}{\hat{D}_{k[j-1]}^i},$$

$$\begin{pmatrix} \hat{x}_{k[j-1]}^i \\ \hat{y}_{k[j-1]}^i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{x}_k^* \\ \tilde{y}_k^* \end{pmatrix} + \bar{A}^i \hat{X}_{k[j-1]}^i \text{ при } k \geq 1, \bar{A}^i = \begin{pmatrix} u^i & \mathbf{O} \\ & \mathbf{O}_{2 \times 1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \\ \end{pmatrix}, u^i = \begin{pmatrix} \sin \alpha_0^i \\ \cos \alpha_0^i \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} \hat{x}_{0[j-1]}^i \\ \hat{y}_{0[j-1]}^i \end{pmatrix} = u^i \hat{d}_{0[j-1]}^i, \begin{pmatrix} \hat{x}_{k[j-1]}^{*i} \\ \hat{y}_{k[j-1]}^{*i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{x}_k^* \\ \tilde{y}_k^* \end{pmatrix} + \bar{B} \hat{X}_{k[j-1]}^i, \bar{B} = \begin{pmatrix} \mathbf{O} & B \\ \mathbf{O}_{2 \times 2} & \end{pmatrix},$$

$$\hat{D}_{k[j-1]}^i = \sqrt{\hat{x}_{k[j-1]}^i{}^2 + \hat{y}_{k[j-1]}^i{}^2 + z_k^2}, \hat{D}_{k[j-1]}^i = \frac{\hat{x}_{k[j-1]}^{*i} \hat{x}_{k[j-1]}^i + \hat{y}_{k[j-1]}^{*i} \hat{y}_{k[j-1]}^i + \dot{z}_k z_k}{\hat{D}_{k[j-1]}^i},$$

$\delta \hat{c}_{k[j-1]}^i$ – вторая компонента $\hat{X}_{k[j-1]}^i$, $\hat{d}_{0[j-1]}^i$ – первая компонента $\hat{X}_{0[j-1]}^i$. Выражения (15) непосредственно вытекают из линейного уравнения (5) для Y_k^* . При выводе (16), (17) использованы равенства (6)–(8). В гидроакустических измерениях (6) истинные значения дальности и радиальной скорости D_k , \dot{D}_k , записанные при $\delta c / \dot{c}$, заменены на их оценки $\hat{D}_{k[j-1]}^i$, $\hat{D}_{k[j-1]}^i$. Значения $H_{k[j]}^i$ в (16), (17) определены в соответствии с линеаризованными представлениями дальности и радиальной скорости (10), (11).

3.2. Вычисление апостериорных вероятностей гипотез о значении α_0 и взвешивание результатов работы банка фильтров

Перейдем теперь к определению апостериорных вероятностей гипотез о значении начального азимута $p_k^i = \mathbf{P}(\alpha_0 = \alpha_0^i | \bar{Y}_k)$. С помощью \bar{Y}_k обозначается вектор, содержащий все полученные на интервале $[t_0; t_k]$ измерения (5), (6), в том числе начальное измерение дальности \bar{D}_0 , не входящее в Y_0 . Напомним, что по условию задачи измерение \bar{D}_0 является обязательным, тогда как вектор измерений Y_k для любого $k \geq 0$ может отсутствовать. Если Y_k существует ($m_k \neq 0$), то $\bar{Y}_k = (\bar{Y}_{k-1}^T | Y_k^T)^T$, в противном случае имеем $\bar{Y}_k = \bar{Y}_{k-1}$. Полагаем, что $\bar{Y}_{-1} = \bar{D}_0$.

Пусть Y_k существует. Тогда согласно формуле Байеса

$$p_k^i = \mathbf{f}(Y_k | \alpha_0 = \alpha_0^i, \bar{Y}_{k-1}) p_{k-1}^i / \mathbf{f}(Y_k | \bar{Y}_{k-1}),$$

откуда с учетом разложения

$$\mathbf{f}(Y_k | \alpha_0 = \alpha_0^i, \bar{Y}_{k-1}) = \prod_{j=1}^{m_k} \mathbf{f}(Y_{k[j]} | \alpha_0 = \alpha_0^i, \bar{Y}_{k-1}, Y_{k[1]}, \dots, Y_{k[j-1]})$$

имеем $p_k^i \propto \prod_{j=1}^{m_k} \mathbf{f}(Y_{k[j]} | \alpha_0 = \alpha_0^i, \bar{Y}_{k-1}, Y_{k[1]}, \dots, Y_{k[j-1]}) p_{k-1}^i$.

Здесь $\mathbf{f}(\cdot | \cdot)$ – условные плотности вероятности, \propto – знак пропорциональности, который позволяет опустить независимый от i нормирующий коэффициент. В то же время с помощью используемых в ОФК невязок измерений $\mathcal{Y}_{k[j]}^i$ и их дисперсий $\Theta_{k[j]}^i$ можем записать приближенные равенства

$$\mathbf{f}(Y_{k[j]} | \alpha_0 = \alpha_0^i, \bar{Y}_{k-1}, Y_{k[1]}, \dots, Y_{k[j-1]}) \approx \left(1 / \sqrt{2\pi \Theta_{k[j]}^i}\right) \exp\left(-\frac{1}{2} \mathcal{G}_{k[j]}^i / \Theta_{k[j]}^i\right).$$

Их подстановка в предыдущее выражение для p_k^i приводит к несложной формуле $p_k^i \propto \exp(-q_k^i / 2) p_{k-1}^i$, где $q_k^i = \sum_{j=1}^{m_k} (\ln \Theta_{k[j]}^i + \mathcal{G}_{k[j]}^i / \Theta_{k[j]}^i)$. Но на практике следует пользоваться формулой

$$p_k^i \propto \exp[-(q_k^i - \min_{i=1, I} q_k^i) / 2] p_{k-1}^i, \tag{18}$$

которая позволяет избежать получения нулевого значения при вычислении экспоненты для больших значений q_k^i .

При отсутствии Y_k из равенства $\bar{Y}_k = \bar{Y}_{k-1}$ непосредственно следует, что апостериорные вероятности p_k^i принимают те же значения, что и для предыдущего момента времени, т.е. $p_k^i = p_{k-1}^i, i = \overline{1, I}$.

Определим начальные вероятности гипотез $p_{-1}^i = \mathbf{P}(\alpha_0 = \alpha_0^i | \bar{Y}_{-1}) = \mathbf{P}(\alpha_0 = \alpha_0^i | \bar{D}_0)$, которые нужны в (18) при $k = 0$. Отметим, что измерение \bar{D}_0 не связано с α_0 , а значит, $p_{-1}^i = \mathbf{P}(\alpha_0 = \alpha_0^i | \bar{D}_0) = \mathbf{P}(\alpha_0 = \alpha_0^i)$ не что иное, как априорные вероятности. Отсюда, с учетом равномерного по условию задачи характера априорной плотности распределения вероятностей α_0 , вытекает, что p_{-1}^i должны быть одинаковыми, т.е. $p_{-1}^i = 1 / I, i = \overline{1, I}$.

После получения p_k^i с применением процедуры взвешивания результатов оценивания по отдельным гипотезам [17, 18] вычисляются оценки относительных координат АНПА x_k, y_k и ковариационная матрица их погрешностей:

$$\left. \begin{aligned} \left(\begin{array}{c} \hat{x}_k \\ \hat{y}_k \end{array} \right) &= \sum_{i=1}^I p_k^i \left(\begin{array}{c} \hat{x}_{k[m_k]}^i \\ \hat{y}_{k[m_k]}^i \end{array} \right), \\ p_k^{xy} &= \sum_{i=1}^I p_k^i \left[\bar{A}^i P_{k[m_k]}^i \bar{A}^{iT} + \left(\begin{array}{c} \hat{x}_{k[m_k]}^i \\ \hat{y}_{k[m_k]}^i \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \hat{x}_{k[m_k]}^i \\ \hat{y}_{k[m_k]}^i \end{array} \right)^T \right] - \left(\begin{array}{c} \hat{x}_k \\ \hat{y}_k \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \hat{x}_k \\ \hat{y}_k \end{array} \right)^T. \end{aligned} \right\} \tag{19}$$

Это и есть выходные данные алгоритма. Используемые в (19) $\hat{x}_{k[m_k]}^i, \hat{y}_{k[m_k]}^i, \bar{A}^i$ определяются выражениями, которые аналогичны приведенным после (17), где вместо индекса $j-1$ следует поставить m_k .

3.3. Перераспределение гипотез о значении α_0

Для повышения эффективности представленного алгоритма дополним его процедурой перераспределения гипотез о значении начального азимута α_0 . Суть ее состоит в том, что первоначальная сетка равномерно распределенных значений $\alpha_0^i = 2\pi i / I, i = \overline{1, I}$ в ходе решения заменяется набором такого же числа I значений, расположенных с большей плотностью там, где апостериорные вероятности p_k^i существенно отличны от нуля. Апостериорные вероятности, оценки и ковариационные матрицы

для новых значений α_0^i пересчитываются на основе $p_k^i, \hat{X}_{k[m_k]}^i, P_{k[m_k]}^i$ для первоначальной сетки с помощью интерполяции. Процедура перераспределения гипотез выполняется, когда сумма некоторого числа S ($1 \ll S \ll I$) наибольших p_k^i превысит заранее установленный порог, близкий к 1. Процедура позволяет предотвратить вырождение алгоритма многоальтернативного оценивания, когда очень малое число α_0^i или даже всего лишь одно из них имеет апостериорную вероятность, существенно отличную от нуля. По назначению процедура перераспределения гипотез подобна процедуре перевыборки в ФЧ [4, 5, 27]. Но в ФЧ моделируются случайные реализации оцениваемых величин. Здесь же речь идет о фиксированных значениях α_0^i . Ниже приводится один из возможных вариантов процедуры перераспределения гипотез о значении α_0 .

Задается нечетное число $M \gg 1$, на которое количество гипотез I делится без остатка. Среди апостериорных вероятностей $p_k^i, i = \overline{1, I}$ определяется $S = I/M$ наибольших $p_k^{i_s}$. Здесь $i_s, s = \overline{1, S}$ – номера наиболее вероятных гипотез. Процедура перераспределения гипотез реализуется для такого момента k , при котором впервые выполняется условие

$$\sum_{s=1}^S p_k^{i_s} \geq p_\Sigma,$$

где $p_\Sigma \approx 1$ – заданный порог. Очевидно, что проверять это условие имеет смысл только при $m_k \neq 0$, поскольку в случае $m_k = 0$, как уже отмечалось, $p_k^i = p_{k-1}^i$.

Собственно перераспределение гипотез заключается в получении для $s = \overline{1, S}$ и $\mu = -(M-1)/2, (M-1)/2$ значений начального азимута

$$\tilde{\alpha}_0^{sM+\mu-(M-1)/2} = \alpha_0^{i_s} + 2\pi\mu / (IM) \quad (20)$$

и в соответствующем пересчете апостериорных вероятностей p_k^i , оценок вектора состояния $\hat{X}_{k[m_k]}^i$ и ковариационных матриц $P_{k[m_k]}^i$ на основе линейной интерполяции. При пересчете определяются:

$$\left. \begin{aligned} \tilde{p}^{sM+\mu-(M-1)/2} &= F\left(p_k^{\ell_s}, p_k^{i_s}, p_k^{r_s}, \mu\right), \\ \tilde{X}^{sM+\mu-(M-1)/2} &= F\left(\hat{X}_{k[m_k]}^{\ell_s}, \hat{X}_{k[m_k]}^{i_s}, \hat{X}_{k[m_k]}^{r_s}, \mu\right), \\ \tilde{P}^{sM+\mu-(M-1)/2} &= F\left(P_{k[m_k]}^{\ell_s}, P_{k[m_k]}^{i_s}, P_{k[m_k]}^{r_s}, \mu\right), \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

где $F(\lambda^-, \lambda, \lambda^+, \mu) = \begin{cases} \lambda - (\lambda^- - \lambda) \mu / M, & \text{при } \mu < 0, \\ \lambda, & \text{при } \mu = 0, \\ \lambda + (\lambda^+ - \lambda) \mu / M, & \text{при } \mu > 0. \end{cases}$ $\ell_s = \begin{cases} i_s - 1, & \text{при } i_s > 1, \\ I, & \text{при } i_s = 1, \end{cases}$ $r_s = \begin{cases} i_s + 1, & \text{при } i_s < I, \\ 1, & \text{при } i_s = I, \end{cases}$

после чего выполняется присвоение $\alpha_0^i := \tilde{\alpha}_0^i, p_k^i := \tilde{p}^i / \sum_{i=1}^I \tilde{p}^i, \hat{X}_{k[m_k]}^i := \tilde{X}^i, P_{k[m_k]}^i := \tilde{P}^i, i = \overline{1, I}$. Как видно из (20), новые значения α_0 формируются вокруг наиболее вероятных значений $\alpha_0^{i_s}$ первоначальной сетки. Тремя первыми аргументами функции $F(\cdot)$ в (21) являются полученные на момент перераспределения гипотез значения $p_k^i, \hat{X}_{k[m_k]}^i, P_{k[m_k]}^i$, которые соответствуют наиболее вероятной гипотезе с номером i_s и ее

ближайшим соседям. В силу цикличности угловой величины α_0 (неотличимости значений α_0 от $\alpha_0 \pm 2\pi$) для первого значения α_0^1 исходной сетки соседним слева является последнее значение α_0^I и, наоборот, для α_0^I соседнее справа значение – это α_0^1 . Данное обстоятельство учтено при определении номеров гипотез ℓ_s и r_s , ближайших к гипотезе под номером i_s с левой и с правой стороны соответственно. Рис. 2 показывает, как формируются $\tilde{\alpha}_0^{sM+\mu-(M-1)/2}$ и $\tilde{p}^{sM+\mu-(M-1)/2}$ для одного из $s \in \{1, \dots, I/M\}$ в случае $M = 5$.

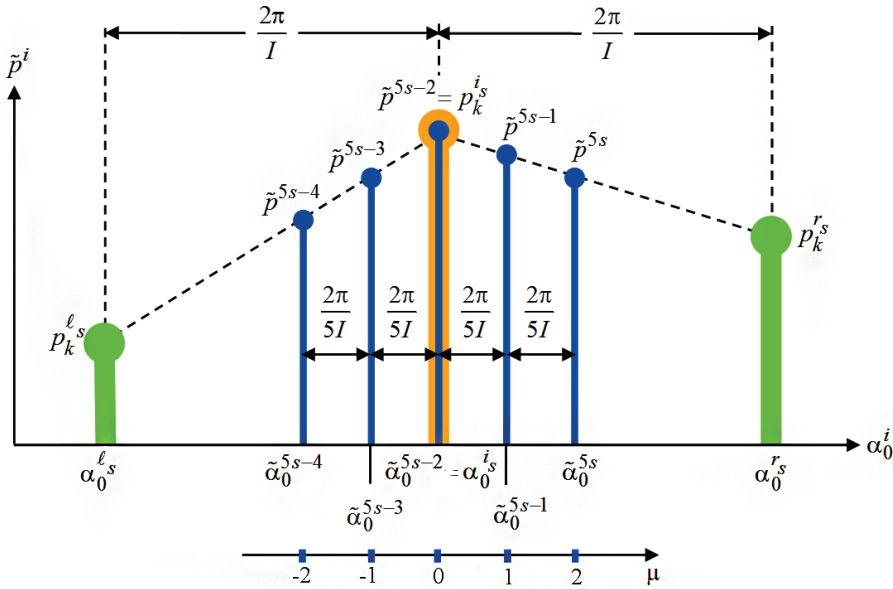


Рис. 2. Формирование $\tilde{\alpha}_0^{sM+\mu-(M-1)/2}$ и $\tilde{p}^{sM+\mu-(M-1)/2}$ для одного из s при $M = 5$ в процедуре перераспределения гипотез

Важно подчеркнуть, что применение интерполяции для получения новых значений p_k^i , $\hat{X}_{k[m_k]}^i$, $P_{k[m_k]}^i$ слева от первого узла исходной сетки α_0^1 и справа от последнего ее узла α_0^I была бы невозможна, если бы не цикличность α_0 . Для нециклической сетки пришлось бы использовать экстраполяцию.

В отличие от первоначальных значений $\alpha_0^i = 2\pi i / I$ новые α_0^i могут быть не упорядочены, а в случае $i_s = I$ они для $i = I - (M - 1) / 2, I$ превышают 2π . Указанные нюансы не влияют на результаты решения, поэтому исправления не требуются. При этом если нужно дополнительно проанализировать точность оценивания α_0 , целесообразно все же привести значения α_0^i к интервалу $(0; 2\pi]$ и перенумеровать их для получения возрастающей последовательности.

После перераспределения гипотез в алгоритме продолжают использоваться формулы (12), (14)–(19) без каких-либо в них изменений.

4. Обобщенная схема алгоритма и его обсуждение

Обобщенно изложенный выше алгоритм представлен в виде блок-схемы на рис. 3. Здесь используется флаг f , который указывает на то, проведена ($f = 1$) или нет ($f = 0$)

процедура перераспределения гипотез. В некоторых блоках справа указаны номера формул, по которым вычисляются соответствующие величины. Программная реализация данного алгоритма представляется достаточно простой.

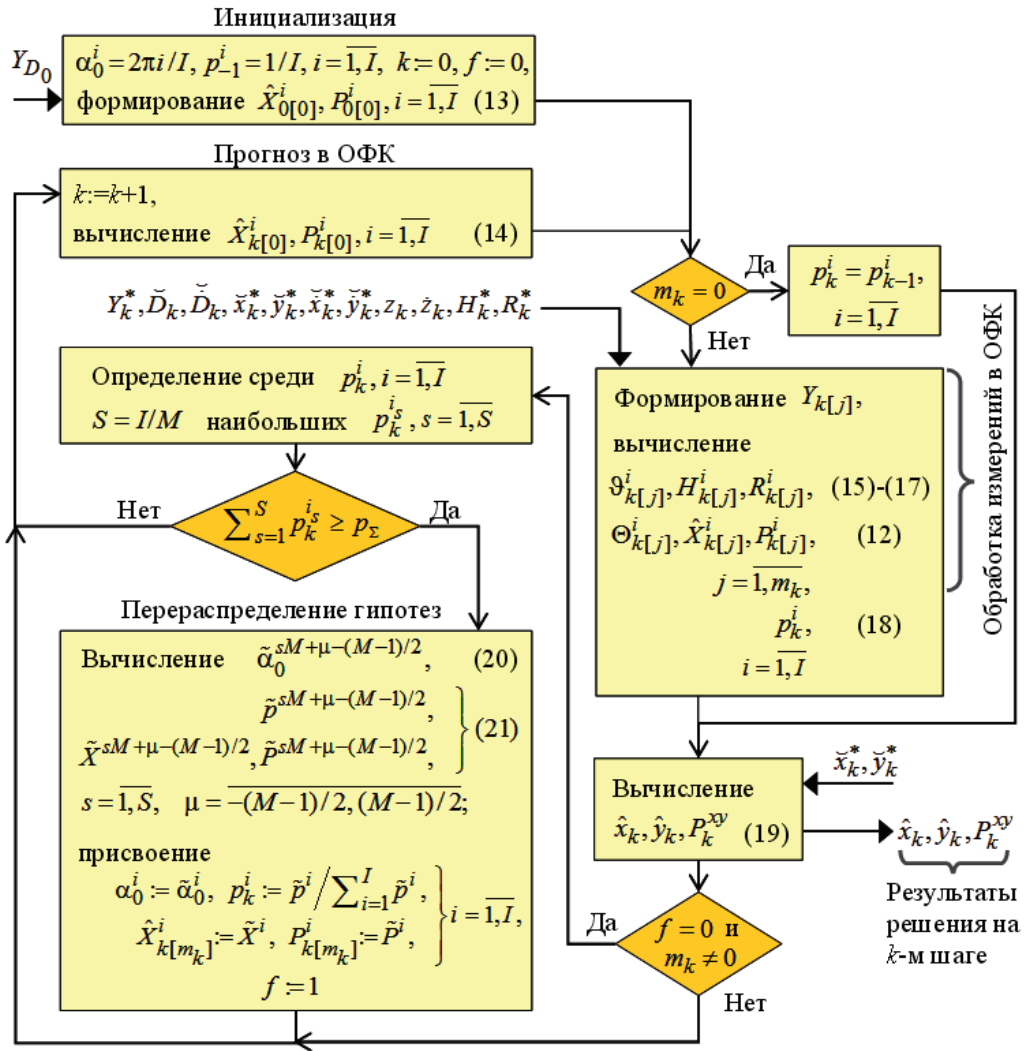


Рис. 3. Блок-схема многоальтернативного алгоритма однопаяковой навигации АНПА

Априорными данными алгоритма являются: число гипотез I о значении α_0 ; параметры M и p_Σ процедуры перераспределения гипотез; априорное значение скорости звука \tilde{c} ; приближенные значения составляющих скорости сноса маяка; СКО погрешности скорости звука σ_c ; СКО шума гидроакустических измерений $\sigma_D, \sigma_{\check{D}}$; модель вектора X_k^* , отвечающего за погрешности используемых данных за исключением δc .

Текущие входные данные алгоритма: вектор разностных измерений Y_k^* , полученных по данным ИНС и лага; гидроакустические измерения \check{D}_k, \tilde{D}_k ; показания прира-

щений горизонтальных координат АНПА и составляющих его скорости относительно маяка \tilde{x}_k^* , \tilde{y}_k^* , \tilde{x}_k^* , \tilde{y}_k^* ; вертикальная координата z_k и вертикальная скорость \dot{z}_k АНПА относительно маяка; матрица наблюдения разностных измерений H_k^* ; дисперсии шумов разностных измерений – диагональные элементы матрицы R_k^* .

Выходные данные алгоритма – это оценки относительных координат АНПА \hat{x}_k , \hat{y}_k и ковариационная матрица их погрешностей P_k^{xy} , которая может использоваться для расчета параметров среднеквадратического эллипса погрешностей.

Отметим 8 особенностей представленного алгоритма.

- 1). Запуск алгоритма производится только при наличии измерения дальности \check{D}_0 , которое используется для формирования начальных условий ОФК в части начальной горизонтальной дальности d_0 – первой компоненты вектора состояния.
- 2). Предполагается отсутствие априорной информации о начальном местоположении АНПА относительно маяка или, возможно, намеренный отказ от этой информации как неформализованной либо недостоверной.
- 3). Отсутствие для некоторых k части или всего набора измерений Y_k^* , \check{D}_k , \check{D}_k не приводит к аварийной ситуации и не препятствует продолжению решения.
- 4). Несмотря на применение банка ОФК, реализация алгоритма не требует чрезмерных вычислительных ресурсов. Гипотезы, на которые настраиваются ОФК, связаны со значениями одномерной, постоянной величины – начального азимута α_0 . По этой причине количество гипотез, определяющих размер банка ОФК, находится в разумных пределах.
- 5). Количество I рассматриваемых гипотез о значении α_0 остается неизменным на протяжении всего решения, но первоначальные гипотезы α_0^i , $i = \overline{1, I}$ подвергаются перераспределению с учетом происходящего по ходу решения сокращения области неопределенности α_0 . Перераспределение гипотез сопровождается пересчетом оценок $\hat{X}_{k[m_k]}^i$, ковариационных матриц $P_{k[m_k]}^i$ и апостериорных вероятностей p_k^i .
- 6). Искомые координаты АНПА x , y не входят в вектор состояния. Они определяются опосредованно по оценкам начальной горизонтальной дальности d_0 и приращений координат x_k^* , y_k^* для разных α_0^i . Модель движения АНПА для прогноза x , y не привлекается.
- 7). Расчеты, которые выполняются для каждой i -й гипотезы по формулам (12), (14)–(18), за исключением очень простой нормировки p_k^i не связаны друг с другом. Для сокращения времени выполнения алгоритма их целесообразно реализовать на основе параллельных вычислений, если, конечно, используемый вычислитель поддерживает эту технологию.
- 8). При выполнении алгоритма требуется одновременно хранить в оперативной памяти порядка $[(n^*+2)(n^*+3)+2]I$ действительных чисел – это элементы $(n^*+2) \times (n^*+2)$ -матриц $P_{k[j]}^i$, компоненты (n^*+2) -мерных векторов $\hat{X}_{k[j]}^i$, α_0^i , p_k^i , $i = \overline{1, I}$. Вряд ли это может представлять проблему. Но если все-таки вычислительные ресурсы АНПА, выделяемые под навигационное обеспечение, ограничены, то, чтобы сэкономить память, матрицы $P_{k[j]}^i$ можно хранить не полностью, а запоминать только их диагональные и наддиагональные элементы. Тогда количество подлежащих сохранению действительных чисел сократится до $[(n^*+2)(n^*+5)/2+2]I$.

Следует сказать, что использование ИНС не является неотъемлемо присущей особенностью представленного алгоритма. Он может быть достаточно легко модифицирован на случай применения системы счисления по данным курсоуказателя и лага. Тогда \tilde{x}_k^* , \tilde{y}_k^* будут представлять собой счисляемые от начала решения относительные координаты АНПА, а разностные измерения Y_k^* выпадают из рассмотрения. Алгоритм несложно модифицировать и под закрепленный или принудительно перемещаемый маяк.

При необходимости алгоритм может быть доработан и в части применяемого математического аппарата. Например, вместо ОФК можно использовать другие, более совершенные нелинейные фильтры (итерационный фильтр Калмана, фильтр второго порядка, сигма-точечный фильтр Калмана, кубатурный фильтр Калмана). При пересчете $\hat{X}_{k[m_k]}^i$, $P_{k[m_k]}^i$ и P_k^i , который выполняется в связи с перераспределением гипотез, вместо линейной интерполяции может применяться периодическая сплайн-интерполяция более высокого порядка. Можно предусмотреть многократное выполнение процедуры перераспределения гипотез. При этом следует иметь в виду, что после первого перераспределения в сетке α_0^i неизбежно появляются значительные пропуски и вместо интерполяции $\hat{X}_{k[m_k]}^i$, $P_{k[m_k]}^i$, P_k^i на краях этих пропусков придется прибегать к экстраполяции. В алгоритме могут быть учтены погрешности знания вертикальной координаты z_k и вертикальной скорости \dot{z}_k АНПА относительно маяка. При этом доработка алгоритма не должна приводить к неоправданному увеличению вычислительных затрат. Как показывают приведенные во второй части статьи результаты моделирования, алгоритм в том виде, в котором он был изложен, несмотря на недостатки ОФК и допущение точно известных z_k , \dot{z}_k , оказывается вполне эффективным при различных условиях.

5. Неоднозначность положения АНПА в начале решения и при прямолинейном движении

В настоящем разделе на качественном уровне обсуждаются ситуации, при которых положение АНПА определяется неоднозначно. Отметим, что неоднозначность возникает при многоэкстремальном характере апостериорной плотности вероятности оцениваемых величин. Далеко не все алгоритмы нелинейного оценивания могут корректно работать с такой плотностью. Для представленного многоальтернативного алгоритма это не является проблемой. Он позволяет корректно учесть неоднозначность положения АНПА и отразить ее в ковариационной матрице P_k^{xy} погрешностей полученного решения.

Если из гидроакустических измерений на момент t_0 имеется только измерение дальности \tilde{D}_0 , то апостериорные вероятности значений α_0^i совпадают с априорными $p_0^i = p_{-1}^i = 1/I$, т.е. сохраняется полная неопределенность по начальному азимуту АНПА. Если помимо \tilde{D}_0 имеется измерение радиальной скорости \tilde{D}_0 , то $p_0^i \neq p_{-1}^i$, но возникает та самая неоднозначность. В данной ситуации огибающая для p_0^i – линия, проведенная через значения p_0^i на графике зависимости p_0^i от α_0^i , – имеет два идентичных экстремума. Это происходит потому, что в момент t_0 для значения α_0 существует α_0' , которое в той же мере, что и α_0 , согласуется с измерениями дальности \tilde{D}_0 , радиальной скорости \tilde{D}_0 , а также показаниями ИНС и лага.

В случае когда АНПА с момента начала решения t_0 движется прямолинейно, распределение p_k^i будет отличаться от распределения p_0^i , но оно остается двуэкстремальным. В данном случае две параллельные траектории, расположенные по разные стороны от маяка на одинаковом от него расстоянии, так же как и начальные положения АНПА, оказываются неразличимы с точки зрения гидроакустических измерений, показаний ИНС и лага.

В сказанном легко убедиться с помощью приведенных на рис. 4 геометрических построений для истинных и ошибочных прямолинейных траекторий АНПА – A_0A_k и $A'_0A'_k$, которые в равной степени согласуются с измерениями. Для определенности принято, что относительно истинного положения АНПА маяк находится по левому борту. Истинному положению АНПА соответствует начальный азимут α_0 , ошибочному – α'_0 .

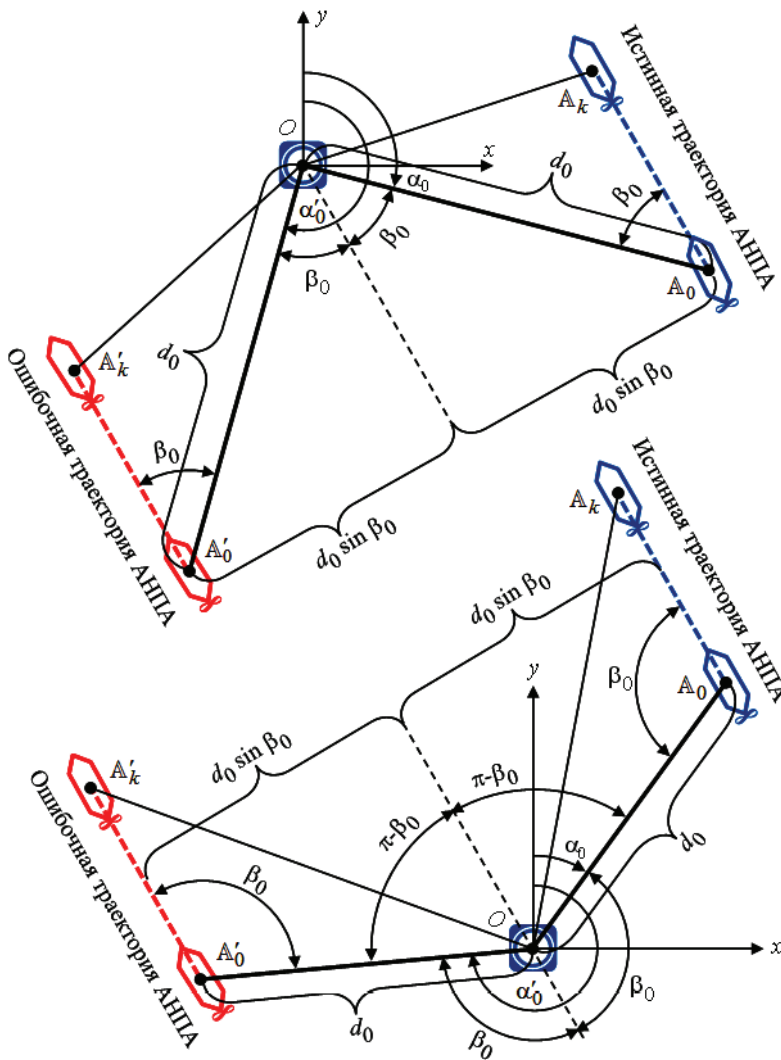


Рис. 4. Прямолинейные траектории АНПА, одинаково согласующиеся с измерениями, при $\beta_0 \leq \pi/2$ (вверху) и $\beta_0 > \pi/2$ (внизу)

Из рисунков видно, что неоднозначность положения АНПА напрямую связана с величиной $\beta_0 \in [0; \pi]$ — угла между направлением движения ($\mathbb{A}_0 \mathbb{A}_k$) и направлением на маяк от АНПА ($\mathbb{A}_0 O$) в начальный момент решения. Величина β_0 определяет $\alpha'_0 = \alpha_0 \pm 2\beta_0$. Знак «+» в этом выражении имеет место, когда маяк наблюдается по левому борту АНПА (как на рис. 4), а знак «-» — по правому. Приведенное к интервалу $[-\pi; \pi]$ значение разности $\alpha_0 - \alpha'_0$ — это $\pm 2\beta_0$ при $\beta_0 \leq \pi/2$ или $\pm 2(\pi - \beta_0)$ при $\beta_0 > \pi/2$. В линейной мере неоднозначность характеризуется расстоянием $2d_0 \sin \beta_0$, разделяющим две параллельные траектории АНПА, одномоментные точки которых (\mathbb{A}_0 и \mathbb{A}'_0 , \mathbb{A}_k и \mathbb{A}'_k) имеют одну и ту же дальность, вектор скорости и проекцию вектора скорости на радиальное направление — радиальную скорость. Эти две траектории одинаково согласуются со всеми полученными от начала решения данными от гидроакустической системы, ИНС и лага. Неоднозначности положения при прямолинейном движении можно избежать, только если β_0 принимает значение 0 или π , т.е. когда АНПА движется прямо на маяк или от маяка. Обеспечить выполнение этих условий в действительности невозможно, так как координаты АНПА относительно маяка неизвестны.

На рис. 5 для тех же примеров представлены апостериорные вероятности значений α_0^i . Их огибающая имеет один экстремум в окрестности истинного значения α_0 , а другой — в окрестности α'_0 . В начальный момент решения t_0 такое распределение апостериорных вероятностей с двумя экстремумами имеет место вне зависимости от траектории движения АНПА.

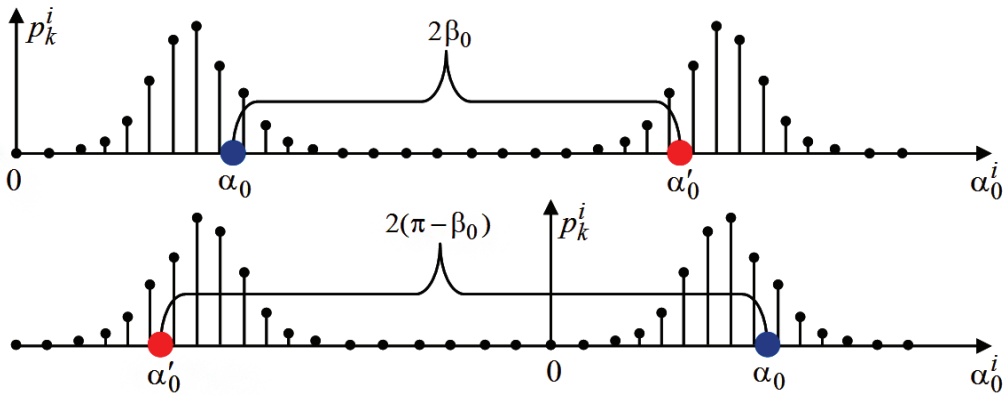


Рис. 5. Апостериорные вероятности гипотез о значении α_0 при $\beta_0 \leq \pi/2$ (вверху) и $\beta_0 > \pi/2$ (внизу)

Отметим, что неоднозначность полностью учитывается в ковариационной матрице погрешностей оценок координат (см. (19)) и не является препятствием для последующего решения. В то же время очевидно, что из-за неоднозначности отдельное одномоментное решение задачи однопунктовой навигации в условиях отсутствия априорной информации о координатах АНПА не имеет практической ценности. Его точность находится на уровне $d_0 \sin \beta_0$ — это половина расстояния между точками \mathbb{A}_0 и \mathbb{A}'_0 . Для получения сколько-нибудь приемлемой точности позиционирования требуется некоторый интервал времени. При этом для исключения неоднозначности положения АНПА его траектория не должна быть полностью прямолинейной. Это может быть совокупность прямолинейных галсов. Если в начале решения АНПА

движется прямолинейно, то имеет место неоднозначность местоположения. При выполнении маневра по курсу эта неоднозначность автоматически устраняется в процессе решения, поскольку только одна криволинейная траектория может согласовываться с полученными на протяженном интервале измерениями дальности и/или радиальной скорости.

Заключение

Сформулирована задача одномаяковой навигации АНПА по измерениям дальности и радиальной скорости (последнее не является обязательным) относительно свободно дрейфующего гидроакустического маяка, показаниям ИНС и лага без конкретизации их типа. Допускаются пропуски в поступлении гидроакустических измерений. Наличие каких-либо априорных данных о местоположении АНПА не предполагается. Искомые относительные координаты АНПА выражаются через начальные азимут α_0 и горизонтальную дальность d_0 АНПА относительно маяка, а также временные приращения координат.

Синтезирован многоальтернативный алгоритм решения задачи, в котором используется банк ОФК, работающих при различных гипотезах α_0^i , $i = \overline{1, I}$ о значении начального азимута α_0 . ОФК оценивают d_0 , погрешность знания скорости звука, погрешности ИНС и скорости от лага. Итоговые оценки координат АНПА и ковариационные матрицы их погрешностей определяются путем взвешивания оценок и ковариационных матриц от ОФК. В роли весов выступают апостериорные вероятности гипотез α_0^i , которые рассчитываются по результатам ОФК. Первоначально гипотезы о значении α_0 формируются для равномерной на интервале от 0 до 2π сетки значений α_0^i . Затем гипотезы перераспределяются с учетом текущих результатов, но их количество I не меняется. Представленный алгоритм может быть модернизирован для применения вместо ИНС системы счисления по данным лага и курсоуказателя, а также для случая закрепленного или принудительно перемещаемого маяка. Проанализированы ситуации, при которых положение АНПА определяется неоднозначно, – на начальном шаге решения и при движении по прямолинейной траектории. Алгоритм устраняет неоднозначность автоматически при достаточном отклонении траектории от прямой.

Важно подчеркнуть, что в алгоритме аппарат многоальтернативной фильтрации используется ограниченно: гипотезы вводятся в отношении значений только одного постоянного параметра – α_0 . Линеаризация дальностей D и радиальных скоростей \dot{D} по этому параметру в условиях априорной неопределенности невозможна. По остальным параметрам применяется линеаризация D , \dot{D} и эти параметры эффективно оцениваются с помощью ОФК. Благодаря такому сбалансированному подходу, учитывающему специфику задачи, удается получить экономичное в смысле потребляемых вычислительных ресурсов решение в условиях полной априорной неопределенности по координатам. В следующей части статьи будут представлены результаты моделирования алгоритма, подтверждающие его эффективность в различных ситуациях.

ЛИТЕРАТУРА

1. Scherbatyuk, A.P. The AUV positioning using ranges from one transponder LBL. Proceedings of OCEANS '95 MTS/IEEE, Oct. 9-12, 1995. San Diego, CA, USA. P. 1620–1623.
2. Paull, L., Saeedi, S., Seto, M., Li, H., AUV Navigation and Localization: A Review, IEEE Journal of oceanic engineering, 2014, vol. 39, no. 1, pp. 131–149.
3. Кебкал К.Г., Машошин А.И. Гидроакустические методы позиционирования автономных необитаемых подводных аппаратов // Гироскопия и навигация. 2016. №3. С. 115–130.
4. Борейко А.А., Ваулин Ю.В., Дубровин Ф.С., Щербатюк А.Ф. Современные подходы к организации навигационного обеспечения работы морских робототехнических комплексов // ИПМТ ДВО РАН. XIII Всероссийское совещание по проблемам управления ВСПУ-2019: Труды [Электронный ресурс] 17–20 июня 2019 г., Москва. С. 420–432.
5. Дубровин Ф.С., Щербатюк А.Ф. Исследование некоторых алгоритмов однопаяковой мобильной навигации АНПА: результаты моделирования и морских испытаний // Гироскопия и навигация. 2015. №4. С. 160–172.
6. Webster, S.E., Eustice, R.M., Singh, H., Whitcomb, L.L., Advances in single-beacon one-way-travel-time acoustic navigation for underwater vehicles, *The International Journal of Robotics Research*, 2012, vol. 31, no. 8, pp. 935–950.
7. Машошин А.И. Исследование точности однопаяковой навигации автономных необитаемых подводных аппаратов // Подводные исследования и робототехника. 2017. №2. С. 20–27.
8. Ferreira, B., Matos, A., Cruz, N., Single Beacon Navigation: Localization and Control of the MARES AUV, *Proceedings of OCEANS '10 MTS/IEEE*, September 20–23, 2010. Seattle, WA, USA.
9. Ваулин Ю.В., Дубровин Ф.С., Щербатюк А.Ф. Некоторые алгоритмы определения неизвестного начального местоположения АНПА на основе информации от однопаяковой мобильной навигационной системы // Гироскопия и навигация. 2017. №1. С. 64–77.
10. Пелевин А.Е. Определение местоположения АНПА по информации о дальности и скорости ее изменения при однопаяковой навигации // Материалы XXXI конференции памяти выдающегося конструктора гироскопических приборов Н.Н. Острякова, 2–4 октября 2018. Санкт-Петербург. С. 155–162.
11. Степанов О.А., Васильев В.А., Торопов А.Б., Лопарев А.В., Басин М.В. Сравнительный анализ алгоритмов фильтрации в задачах обработки навигационных измерений полиномиального типа // Материалы XXXI конференции памяти выдающегося конструктора гироскопических приборов Н.Н. Острякова, 2–4 октября 2018. Санкт-Петербург. С. 146–154.
12. Stepanov, O.A., Vasiliev, V.A., Toropov, A.B., Loparev, A.V., Basin, M.V., Efficiency analysis of a filtering algorithm for discrete-time linear stochastic systems with polynomial measurements, *Journal of the Franklin Institute*, 2019, vol. 356, no. 10, pp. 5573–5591.
13. Palomeras, N., Ridao, P., Ribas, D., Vallicrosa, G., Autonomous I-AUV Docking for Fixed-base Manipulation, *Proceedings of the 19th IFAC World Congress*, Aug. 24–29, 2014. Cape Town, South Africa, pp. 12160–12165.
14. Vallicrosa, G., Ridao, P., Ribas, D., Palomer, A., Active Range-Only Beacon Localization for AUV Homing, *Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, Sep. 14–18, 2014. Chicago, IL, USA, pp. 2286–2291.
15. Vallicrosa, G.; Ridao, P. Sum of Gaussian single beacon range-only localization for AUV homing. *Annual Reviews in Control*. 2016. Vol. 42. P. 177–187.
16. Magill, D.T., Optimal Adaptive Estimation of Sampled Stochastic Processes, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1965, vol. 10, issue 4, pp. 434–439.
17. Bar-Shalom, Y., Li, X.R., Kirubarajan, T., *Estimation with Applications to Tracking and Navigation*, J. Wiley and Sons, 2001.
18. Степанов О.А. Применение теории нелинейной фильтрации в задачах обработки навигационной информации. 3-е изд. СПб.: ГНЦ РФ ЦНИИ Электроприбор, 2003.
19. Дмитриев С.П., Степанов О.А. Многоальтернативная фильтрация в задачах обработки навигационной информации // Радиотехника. 2004. № 7. С. 11–17.
20. Li, X.R., Jilkov, V.P., Survey of maneuvering target tracking. Part V. Multiple-model methods, *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2005, vol. 41, no. 4, pp. 1255–1321.
21. Кошаев Д.А. Многоальтернативный метод обнаружения и оценки нарушений на основе расширенного фильтра Калмана // Автоматика и телемеханика. 2010. №5. С. 70–83.
22. Степанов О.А., Могорин А.В. Методы адаптивного оценивания в задачах обработки навигационной информации // XIII Всероссийское совещание по проблемам управления ВСПУ-2019: Труды [Электронный ресурс] 17–20 июня, 2019 г., Москва. С. 1359–1366.

23. Снек Ю.Л., Борисов А.Н. Многомодельное оценивание вектора состояния автономного необитаемого подводного аппарата // *Материалы Восьмой Всероссийской научно-технической конференции «Технические проблемы освоения мирового океана», 30 сентября – 3 октября 2019 г. Владивосток.* С. 334–339.
24. Julier, S.J., Uhlmann, J.K., Unscented filtering and nonlinear estimation, *Proceedings of the IEEE*, 2004, vol. 92, no. 3, pp. 401–422.
25. Куликова М.В., Куликов Г.Ю. Численные методы нелинейной фильтрации для обработки сигналов и измерений // *Вычислительные технологии.* 2016. С. 64–98.
26. Ривкин С.С., Ивановский Р.И., Костров А.В. Статистическая оптимизация навигационных систем. Л.: Судостроение, 1976.
27. Doucet, A., Johansen, A., A Tutorial on Particle Filtering and Smoothing: Fifteen Years Later, *The Oxford Handbook of Nonlinear Filtering* / D. Crisan, B. Rozovsky. Oxford University Press, 2011, pp. 656–704.

Koshaev, D.A. (Concern CSRI Elektropribor, JSC, St. Petersburg; ITMO University, St. Petersburg) Multiple Model Algorithm for Single-Beacon Navigation of Autonomous Underwater Vehicle without Its Apriori Position. Part 1. Mathematical Formulation, *Girokopiya i Navigatsiya*, 2020, vol. 28, no. 2 (109), pp. 109–130.

Abstract. The article considers a problem of autonomous underwater vehicle (AUV) positioning with acoustic measurements of range and possibly radial velocity relative to a single beacon, velocity components and coordinate increments from an inertial navigation system, and the data from a water-speed log or a ground log. Interruptions are admitted in reception of acoustic measurements. Availability of a priori information on mutual position of AUV and the beacon is not assumed. In order to solve the problem, the author proposes a multiple model algorithm based on a bank of extended Kalman filters which independently estimate the initial horizontal range and errors of the used data under different hypotheses about a value of AUV initial azimuth relative to the beacon. Current coordinates of AUV are determined by the outputs of filters, taking into account the a posteriori probabilities of the corresponding hypotheses. The algorithm is rather simple for programming and does not require much computational power.

Key words: autonomous underwater vehicle (AUV), single-beacon navigation, multiple model algorithm.

Материал поступил 29.04.2020