

УДК 528.27
EDN KMMYOO

А. В. СОКОЛОВ, О. А. СТЕПАНОВ, А. В. МОТОРИН, А. А. КРАСНОВ

СОПОСТАВЛЕНИЕ ВИНЕРОВСКОГО И КАЛМАНОВСКОГО ПОДХОДОВ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ ОБРАБОТКИ РЕЗУЛЬТАТОВ МОРСКОЙ ГРАВИМЕТРИЧЕСКОЙ СЪЕМКИ

В статье исследуются взаимосвязь, отличия и особенности алгоритмов обработки результатов морской скалярной гравиметрической съемки, синтезируемых в рамках калмановского и винеровского подходов. Анализируются их достоинства и недостатки при решении задач фильтрации и сглаживания. Приводятся и сопоставляются результаты, полученные с использованием различных рекуррентных фильтров путем моделирования и при обработке реальных данных. Обсуждаются проблемы состоятельности фильтров и возможности построения их адаптивных вариантов, предполагающих в том числе идентификацию моделей сигналов и помех.

Ключевые слова: гравиметрическая съемка, фильтр Винера, фильтр Калмана, фильтрация, сглаживание, аномалия силы тяжести, сопоставление, точность.

Введение

Известно, что одна из проблем при проведении гравиметрической съемки на подвижном объекте заключается в необходимости разделения инерционной и гравитационной составляющих измеряемого гравиметром кажущегося ускорения [1–7]. В настоящее время принято различать задачи векторной гравиметрии, то есть определения полного вектора возмущения силы тяжести (ВСТ), представляющего собой разность вектора силы тяжести и вектора нормальной силы тяжести в точке измерения, и скалярной гравиметрии – определения аномалии силы тяжести (АСТ), задаваемой величиной вектора ВСТ вдоль истинной вертикали [6–9]. Задача разделения инерционной и гравитационной составляющих при выполнении скалярной гравиметрической съемки, по сути, сводится к оцениванию (выделению) полезного

Соколов Александр Вячеславович. Доктор технических наук, генеральный директор, АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор» (С.-Петербург). Действительный член международной общественной организации «Академия навигации и управления движением». ORCID 0000-0002-6423-1591.

Степанов Олег Андреевич. Член-корреспондент РАН, доктор технических наук, начальник научно-образовательного центра, АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»; Университет ИТМО (С.-Петербург). Вице-президент международной общественной организации «Академия навигации и управления движением». ORCID 0000-0003-3640-3760.

Моторин Андрей Владимирович. Кандидат технических наук, старший научный сотрудник, доцент, АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»; Университет ИТМО. Член секции молодых ученых международной общественной организации «Академия навигации и управления движением». ORCID 0000-0002-2093-5079.

Краснов Антон Алексеевич. Кандидат технических наук, начальник отдела гравинерциальных и оптоэлектронных комплексов, АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор». Член секции молодых ученых международной общественной организации «Академия навигации и управления движением». ORCID 0000-0003-0298-2418.

сигнала АСТ на фоне инерционных помех и погрешностей измерения. Строгую математическую постановку этой задачи при выполнении скалярной гравиметрической съемки на подвижном объекте можно сформулировать в предположении, что все составляющие измеряемого гравиметром сигнала, включающие АСТ, инерционное ускорение объекта и погрешности измерения, представляют собой случайные процессы. Традиционно решение задачи оценивания полезного сигнала при таких предположениях направлено на минимизацию дисперсии погрешности оценивания, а получаемые при этом оценки называются оптимальными в среднеквадратическом смысле. При решении такой задачи применяются два основных подхода. В одном из них предполагается стационарный характер случайных процессов и их описание задается с помощью спектральных плотностей или корреляционных функций [10–14]. При другом подходе описание в общем случае нестационарных процессов задается во временной области с помощью формирующих фильтров в виде дифференциальных уравнений [14–19].

В первом подходе наибольшее распространение получило решение задачи оценивания, отыскиваемое для стационарных процессов в установившемся режиме. Он был использован Н. Винером [10] и нередко называется винеровским, или частотным, подходом. В результате синтезируются оптимальные для установившегося режима (на бесконечном времени) стационарные фильтры, обеспечивающие вычисление оптимальных оценок и задаваемые с помощью передаточных функций (ПФ), частотных характеристик или весовых функций [10–14]. Такие фильтры получили широкое применение при решении разнообразных прикладных задач, и именно за ними в инженерной среде закрепилось название «фильтры Винера» (ФВ). В таком контексте и будем употреблять этот термин в настоящей работе.

При втором подходе, получившем наименование калмановского, синтезируемые фильтры обеспечивают получение оптимальных оценок, минимизирующих дисперсию их ошибок не только в установившемся режиме, но и во время переходного процесса, на ограниченном интервале времени. Как следствие, получаемые фильтры в отличие от предыдущего подхода являются нестационарными даже в случае, если сами процессы стационарные. Более того, с использованием этих фильтров могут решаться задачи оценивания и для нестационарных процессов на конечном времени, хотя имеются ограничения, связанные с марковским характером оцениваемых процессов. Эти фильтры, известные как фильтры Калмана (ФК) или Калмана–Бьюси, задаются во временной области с помощью дифференциальных или разностных уравнений [14–22]. В указанном контексте далее и будем использовать термин «фильтр Калмана». Справедливости ради стоит отметить, что калмановский подход правильнее называть подходом Калмана–Стратановича. Такое же название следует использовать и для фильтра, поскольку алгоритм, описанный в работе Калмана–Бьюси, был опубликован Р.Л. Стратановичем [23, 24] еще до выхода в свет работы [15]. Вместе с тем, учитывая сложившуюся традицию, будем далее называть подход и фильтр калмановскими.

Заметим, что при оценивании сигналов в рамках стохастического подхода принято разделять задачи фильтрации и сглаживания. При решении задачи фильтрации оценка отыскивается в реальном времени с использованием только тех измерений, которые доступны в текущий момент. При решении же задачи сглаживания привлекаются все доступные измерения, и такая оценка отыскивается в режиме постобработки. Фильтры, направленные на решение задач сглаживания, получили

наименование сглаживающих фильтров [25–28]. Поскольку при выполнении гравиметрической съемки на галсе не требуется получения оценок в текущий момент времени, при построении алгоритмов обработки могут быть привлечены все накопленные измерения и, таким образом, с успехом использованы сглаживающие фильтры, что и реализуется активно на практике.

Важно подчеркнуть, что свойство оптимальности следует соотносить с теми моделями процессов, описывающих АСТ, инерционные ускорения и погрешности их измерений, применительно к которым эти фильтры синтезированы. Очевидно, что при одинаковых моделях фильтр Калмана в установившемся режиме и фильтр Винера должны между собой совпадать, поскольку они нацелены на минимизацию одного и того же критерия. Отличия заключаются лишь в форме представления – дифференциальных уравнений для ФК или ПФ, весовой функции или частотной характеристики для ФВ.

Следует заметить, что в настоящее время гравиметрическая съемка осуществляется с использованием как летательных аппаратов (ЛА) – авиационная гравиметрия, так и морских объектов – морская гравиметрия [6, 7, 20, 29–40].

Исторически морская гравиметрическая съемка [6, 29–33, 41–49] стала выполняться значительно раньше, чем съемка с ЛА [7, 20, 34–40, 50]. При этом в период уже активного проведения морских гравиметрических съемок методы калмановской фильтрации были в стадии зарождения, а возможности вычислительных средств для их реализации были ограничены. Именно эти обстоятельства и объясняют тот факт, что при построении алгоритмов обработки для морской съемки наибольшее применение на практике получил винеровский подход и соответствующие ему стационарные фильтры [6, 29–33, 41–45].

К моменту необходимости реализации методов обработки авиационной гравиметрической съемки алгоритмы калмановской фильтрации и вычислительные средства получили значительное развитие. Кроме того, заметно усложнилось решение самой задачи фильтрации, потребовавшее привлечения внешних измерителей для эффективной компенсации инерционных помех, поскольку их частотный спектр, в силу высокой скорости перемещения ЛА, близок к частотному спектру АСТ. Отмеченные обстоятельства послужили хорошими предпосылками для активного применения алгоритмов калмановской фильтрации в задачах авиационной гравиметрии, что, как правило, и реализуется на практике [20, 35–40].

С учетом сказанного возникает вопрос, касающийся сопоставления достоинств и недостатков методов винеровской и калмановской фильтрации при решении задач морской гравиметрической съемки.

Цель работы заключается в обсуждении взаимосвязи, отличий и особенностей алгоритмов обработки результатов морской скалярной гравиметрической съемки, синтезируемых в рамках калмановского и винеровского подходов, анализе их достоинств и недостатков.

Заметим, что вопрос о соотношении алгоритмов фильтрации, синтезируемых в рамках двух подходов и применяемых в том числе для решения широкого круга задач обработки навигационной информации, обсуждался в литературе и ранее [14, 19, 21, 51–53]. По мнению авторов, предлагаемая работа, касающаяся вопросов соотношения алгоритмов применительно к задаче обработки результатов скалярной гравиметрической съемки, представляет интерес и в этом смысле. Ранее рассматри-

ваемая тема уже затрагивалась в [54–56], и настоящее исследование представляет собой ее дальнейшее развитие.

Обращаем также внимание, что авторы рассматривают задачу оценивания АСТ с использованием измерений, накопленных на галсе. Более общая задача заключается в определении АСТ по результатам площадной съемки с целью построения карты [6, 57, 58], в том числе путем оценивания пространственного поля, представленного ортогональным разложением с неизвестными коэффициентами [6, 57]. Вопросы, касающиеся специфики решения этой задачи, заслуживают отдельного обсуждения и выходят за рамки статьи.

Структура работы следующая. После введения в первой части описываются используемые модели АСТ и вертикального движения, а также приводится связанная с ними математическая модель измерений демпфированного гравиметра. Во второй части с помощью этих моделей формулируются и описываются алгоритмы решения задач фильтрации и сглаживания АСТ – сначала во временной области с позиций калмановского (временного) подхода без применения упрощений, а затем с позиций винеровского (частотного) подхода с применением метода локальных аппроксимаций (МЛА). В третьей части строятся и сопоставляются ПФ, весовые функции и амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) для стационарных фильтров, соответствующих установившемуся режиму ФК, ФВ и стационарному фильтру, нередко используемому на практике. Здесь же обсуждаются такие характеристики фильтров, как частота среза, полоса пропускания и пространственное разрешение и особенности их определения применительно к ФК. В четвертой части приводятся и сопоставляются результаты оценивания АСТ с помощью описанных фильтров с привлечением модельных и реальных данных. Основные итоги подводятся в заключении.

1. Модели полезного сигнала, помех и гравиметрических измерений

Как отмечалось во введении, рассматриваемая задача сводится к выделению АСТ на фоне инерционных ускорений подвижного объекта, с которого производится съемка. Полагая, что измерения гравиметра представляют собой сумму некоррелированных случайных процессов, описывающих полезный сигнал АСТ g_a и помеху (инерционные вертикальные ускорения) \ddot{h} , представим для начала их в виде [1–7]

$$y^* = g_a + \ddot{h}. \quad (1)$$

Вне зависимости от применяемого подхода для построения оптимальных фильтров необходимо задать стохастические модели полезного сигнала и помехи. При этом для калмановской постановки будем использовать модели в пространстве состояний, а для винеровской – в виде корреляционных функций или спектральных плотностей (СП). Приведем далее модели АСТ и вертикального движения объекта, а также коснемся вопроса особенностей получения измерений вида (1) по данным демпфированного гравиметра.

Модель АСТ

АСТ опишем с помощью модели Джордана, которая в пространстве состояний может быть представлена в виде [59]

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -\beta x_1 + x_2, \\ \dot{x}_2 &= -\beta x_2 + x_3, \\ \dot{x}_3 &= -\beta x_3 + w_{ga}, \\ g_a &= -\beta \zeta x_1 + x_2, \end{aligned} \quad (2)$$

где $\beta = V\sigma_{dga} / \sqrt{2}\sigma_{ga}$; V – скорость движения; σ_{ga} – среднеквадратическое отклонение (СКО) АСТ; σ_{dga} – СКО производной АСТ по длине траектории; w_{ga} – порождающий белый шум интенсивности $10\beta^3\sigma_{ga}^2$; $\zeta = (\sqrt{5} - 1) / \sqrt{5}$. Соответствующая этой модели СП АСТ задается с помощью следующего выражения:

$$S_{ga}(\omega) = \frac{2\beta^3\sigma_{ga}^2(5\omega^2 + \beta^2)}{(\omega^2 + \beta^2)^3}. \quad (3)$$

Модель вертикального движения объекта

Описание вертикальных ускорений объекта в пространстве состояний целесообразно проводить согласованно с остальными параметрами его вертикального движения – вертикальными перемещениями и скоростями. Для описания вертикальных ускорений, скоростей и перемещений объекта будем использовать модель [60]

$$\begin{aligned} \dot{x}_4 &= x_5, \\ \dot{x}_5 &= x_6, \\ \dot{x}_6 &= -a_3x_4 - a_2x_5 - a_1x_6 + w_h, \end{aligned} \quad (4)$$

где $x_4 = \Delta h$ – вертикальное перемещение объекта над референц-эллипсоидом с СКО, равным $\sigma_{\Delta h}$; $x_5 = \dot{h}$, $x_6 = \ddot{h}$ – вертикальные скорость и ускорение. Входящие в (4) коэффициенты определяются как $a_3 = (\lambda^2 + \mu^2)\gamma$, $a_2 = \lambda^2 + \mu^2 + 2\mu\gamma$, $a_1 = 2\mu + \gamma$, где $\lambda = 2\pi / T$, T – преобладающий период вертикальных ускорений; μ – коэффициент нерегулярности вертикальных ускорений; γ – коэффициент, заданный из соображений соответствия модели выборочным характеристикам волнения. Интенсивность порождающего белого шума w_h задается величиной $2\sigma_{\Delta h}^2 a_3(a_1 a_2 - a_3) / a_1$. СКО вертикальных перемещений $\sigma_{\Delta h}$ и СКО вертикальных ускорений $\sigma_{\ddot{h}}$ связаны соотношением $\sigma_{\ddot{h}} = \sigma_{\Delta h} \sqrt{(a_2 a_3) / a_1}$. Для реализации винеровского подхода достаточно располагать СП вертикальных ускорений. Можно показать, что соответствующая этой модели СП вертикальных ускорений определяется как

$$S_{\ddot{h}}(\omega) = \frac{2\sigma_{\ddot{h}}^2 \omega^4 (a_1 a_2 - a_3)}{a_2 \omega^6 + (a_1 - 2a_2) \omega^4 + (a_2^2 - 2a_3 a_1) \omega^2 + a_3^2}. \quad (5)$$

Модель измерений демпфированного гравиметра

Представление измерений в виде (1) является некоторым приближением. При проведении измерений необходимо учитывать значения нормальной силы тяжести и ее изменения вдоль траектории движения, ускорения, вызванные эффектами Этвеша, Гаррисона, орбитальным эффектом и др. [6]. Кроме того, используемые на подвижных объектах гравиметры являются относительными, вследствие чего для определения АСТ требуется знать еще и ее значения на опорном пункте. Эти поправки

могут быть вычислены по известным соотношениям и соответствующим образом учтены в измерениях гравиметра.

Заметим, что в морской гравиметрии применение преимущественно получили демпфированные гравиметры [29, 42–45, 58, 61]. Их особенность заключается в том, что чувствительный элемент такого гравиметра представляет собой упругий маятник, взвешенный в демпфирующей жидкости. Это позволяет дополнительно демпфировать высокочастотные вертикальные ускорения объекта, однако вносит свои особенности в процесс формирования измерений, которые в рамках калмановского подхода могут быть учтены за счет представления показаний гравиметра y в виде

$$\dot{x}_7 = -\frac{1}{T_g} x_7 + \frac{1}{T_g} (g_a + \ddot{h}) + \frac{1}{T_g} \Delta g, \quad (6)$$

$$y = x_7 + v_g, \quad (7)$$

где x_7 – приращения силы тяжести относительно опорного пункта; T_g – постоянная времени гравиметра; v_g – беложумная инструментальная погрешность гравиметра интенсивности r^2 ; Δg – сумма ускорений, вызванных эффектами Этвеша, Гаррисона, орбитальным эффектом и изменениями нормальной силы тяжести вдоль траектории [6, 58, 61].

При синтезе алгоритмов в рамках винеровского подхода специфика демпфированного гравиметра учитывается путем применения специальной процедуры восстановления, заключающейся в численном дифференцировании показаний гравиметра [6, 58, 61]. В результате после компенсации перечисленных поправок может быть использована модель измерений в виде (1).

2. Постановка и алгоритмы решения задачи оценивания АСТ

Сформулируем две постановки задачи оценивания АСТ – винеровскую и калмановскую – и кратко обсудим вытекающие из них алгоритмы фильтрации и сглаживания.

Калмановская постановка задачи.

Фильтр Калмана и сглаживающий фильтр Калмана

Калмановская постановка задачи сводится к оцениванию вектора состояния

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -\beta x_1 + x_2, \\ \dot{x}_2 &= -\beta x_2 + x_3, \\ \dot{x}_3 &= -\beta x_3 + w_{ga}, \\ \dot{x}_4 &= x_5, \\ \dot{x}_5 &= x_6, \\ \dot{x}_6 &= -a_3 x_4 - a_2 x_5 - a_1 x_6 + w_h, \\ \dot{x}_7 &= -\frac{1}{T_g} x_7 - \frac{1}{T_g} (\beta \zeta x_1 - x_2 + x_6) - \frac{1}{T_g} \Delta \tilde{g} + \frac{1}{T_g} w_\Delta, \end{aligned} \quad (8)$$

по измерениям (7).

В (8) $x_i, i = 1..7$, соответствует моделям (2), (4), (6), при этом Δg в уравнении (6) заменена на $\Delta g = \Delta \tilde{g} - w_\Delta$, где $\Delta \tilde{g}$ – вычисленные поправки, включающие поправки

за эффекты Этвеша, Гаррисона, орбитальный эффект, а также изменения значения нормальной силы тяжести вдоль траектории, а w_{Δ} – погрешность их вычисления. Основной вклад в эту погрешность вносит погрешность вычисления поправки Этвеша по данным спутниковых навигационных систем (СНС). В целях упрощения полагаем далее, что w_{Δ} представляет собой белый шум.

Для сформулированной постановки задачи нетрудно получить уравнение для ФК, привлекая стандартные выражения [15–19]

$$\dot{\hat{x}} = (F - K(t)H)\hat{x} + K(t)y + B\Delta\tilde{g}, \quad (9)$$

в которых матрица, определяющая коэффициент усиления $K(t) = r^{-2}P(t)H^T$, матрицы динамики F , управления B , наблюдения H , интенсивности измерительных шумов r^2 соответствуют системе уравнений (8) и модели измерений (7), а матрица ковариаций ошибок оценивания $P(t)$ отыскивается путем решения дифференциального уравнения Риккати:

$$\dot{P} = FP + PF^T + GQG^T - r^{-2}PH^TNP. \quad (10)$$

Входящие в это уравнение матрица порождающих шумов G и матрица их интенсивностей Q также соответствуют системе уравнений (8).

Заметим, что даже при неизменных значениях матриц, входящих в уравнение Риккати, матрица $K(t)$ не будет постоянной, что и определяет нестационарный характер ФК даже при решении задачи оценивания стационарных процессов. В то же время в установившемся режиме ФК представляет собой стационарный фильтр, задаваемый уравнением

$$\dot{\hat{x}} = (F - K_{\infty}H)\hat{x} + K_{\infty}y + B\Delta\tilde{g}, \quad (11)$$

в котором $K_{\infty} = r^{-2}P_{\infty}H^T$ – постоянная матрица, задающая коэффициент усиления и вычисляемая с использованием матрицы P_{∞} , которая определяет погрешность фильтрации в установившемся режиме и удовлетворяет алгебраическому уравнению Риккати:

$$FP_{\infty} + P_{\infty}F^T + GQG^T - r^{-2}P_{\infty}H^TNP_{\infty} = 0. \quad (12)$$

Для построения сглаживающего ФК может быть применена известная процедура, с помощью которой в обратном времени обрабатываются оценки, полученные в ФК для всех компонент вектора состояния [25–28].

Используя известные соотношения, можем получить стохастически эквивалентную дискретную постановку задачи оценивания вектора состояния (8) по измерениям (7), после чего для вычисления оценок реализуются рекуррентные соотношения ФК и соответствующие рекуррентные соотношения сглаживающего ФК.

Нетрудно заметить, что решение задачи в рамках калмановского подхода без учета специфики демпфированного гравиметра может быть легко получено, если принять во внимание, что в этом случае задача фильтрации решается для сокращенного вектора состояния $x_i, i=1,6$ из (8), по измерениям (1), в которых $g_a = -\beta\zeta x_1 + x_2$, а $\dot{h} = x_6$. При этом белозумная погрешность гравиметра, не влияющая существенно на результат, может быть добавлена непосредственно в измерения (1).

*Винеровская постановка задачи.
Фильтр Винера и сглаживающий фильтр Винера*

При решении задачи в рамках винеровской постановки будем полагать, что изменения гравиметра описываются моделью (1), в которой сигнал (АСТ) и помеха (вертикальные ускорения) заданы спектральными плотностями (3) и (5) соответственно. Требуется по измерениям (1) и информации о СП (3), (5) получить оценку АСТ. В результате, опираясь на процедуры сепарации и факторизации, можно найти соответствующие ПФ для ФВ и сглаживающего ФВ [12, 13]. При этом сглаживающий фильтр реализуется путем обработки измерений в прямом времени и последующей обработки полученных оценок в обратном времени.

Для достаточно сложных моделей (3), (5) процесс получения ПФ не является тривиальным, и на практике широкое применение получил МЛА СП, предложенный в работах И.Б. Челпанова и Л.П. Несенюка [12, 13], и развитый на его основе частотно-временной подход к построению алгоритмов фильтрации и сглаживания [52, 62], суть которого заключается в комбинированном применении калмановского и винеровского подходов, включая МЛА.

Согласно МЛА при решении рассматриваемой задачи СП АСТ и СП вертикальных ускорений аппроксимируются в виде

$$S_{ga}(\omega) \approx r_\varepsilon^2 \frac{\omega_c^4}{\omega^4}, \tag{13}$$

$$S_h(\omega) \approx r_\varepsilon^2 \frac{\omega^4}{\omega_c^4}, \tag{14}$$

где r_ε^2 , ω_c^4 – значение СП и частоты точки пересечения аппроксимаций СП сигнала и помехи, рис. 1. При этом параметры ПФ, определяющей соответствующий ФВ для оценивания полезного сигнала (13) на фоне помехи (14), зависят от точки пересечения их СП.

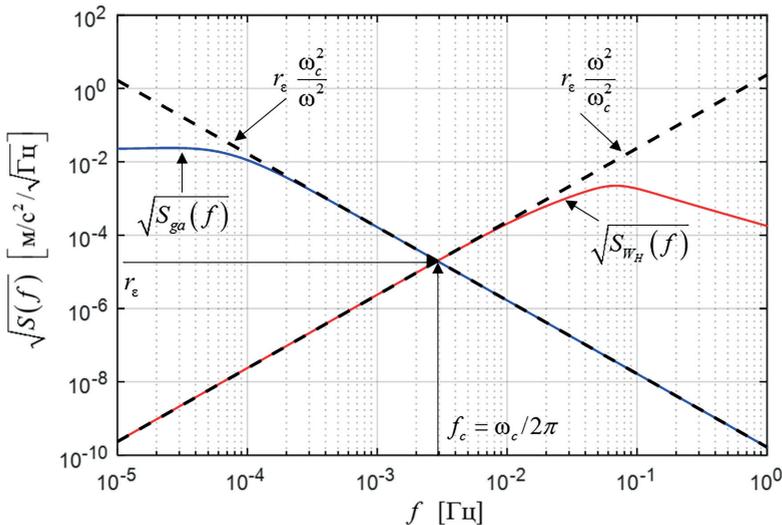


Рис. 1. Квадратные корни из СП АСТ и вертикальных ускорений (сплошные линии) и их аппроксимации (пунктирные линии)

Применяя модели (13), (14), вытекающие из МЛА, можно показать [62], что ПФ для ФВ в задаче фильтрации АСТ определяется как

$$H_y^{g_a}(p) = \frac{\alpha_B \omega_c^3 p + \omega_c^4}{p^4 + \alpha_B \omega_c p^3 + 0,5 \alpha_B^2 \omega_c^2 p^2 + \alpha_B \omega_c^3 p + \omega_c^4}, \quad (15)$$

где $\alpha_B = \sqrt{2} \sqrt{2 + \sqrt{2}} \approx 2.613$; $\omega_c = 2\pi f_c$ соответствует точке пересечения сигнала и помехи (рис. 1).

ПФ, соответствующая решению задачи получения оценки АСТ в режиме сглаживания (сглаженной оценки), имеет вид:

$$H_y^{g_a^s}(p) = \frac{\omega_c^8}{p^8 + \omega_c^8}. \quad (16)$$

Для вычисления искомой оценки, соответствующей решению задачи сглаживания, достаточно обработать измерения кажущегося ускорения (1) в прямом времени и полученные в результате оценки в обратном времени с использованием фильтра с ПФ, соответствующей фильтру Баттерворта 4-го порядка с частотой среза ω_c :

$$H_y^{g_a^s}(p) = \frac{\omega_c^4}{p^4 + \alpha_B \omega_c p^3 + 0,5 \alpha_B^2 \omega_c^2 p^2 + \alpha_B \omega_c^3 p + \omega_c^4}. \quad (17)$$

В том, что результирующая ПФ при такой обработке соответствует (16), можно легко убедиться, умножив ПФ (17) на комплексно-сопряженную функцию [31].

Отметим различие ПФ для оптимального фильтра (15) и ПФ (17), с помощью которой строится сглаживающий фильтр. Любопытно, что фильтр с ПФ (17) не обеспечивает оптимальное решение задачи фильтрации при обработке измерений в прямом времени, а фильтр с ПФ (15) при их обработке в прямом времени и при обработке полученных оценок в обратном не обеспечивает оптимального решения задачи сглаживания АСТ для моделей (13), (14). Не останавливаясь подробно на вопросе взаимосвязи и отличий ПФ для задач фильтрации и сглаживания в рамках винеровского подхода, заметим лишь, что он рассмотрен в работах [19, 26].

Следует иметь в виду, что ФВ и сглаживающий ФВ, полученные с использованием МЛА, будут субоптимальными по отношению к моделям (3), (5) и соответствующим им ФК и сглаживающему ФК при оценивании вектора состояния (8) по измерениям (7) в установившемся режиме. Это объясняется тем, что при их построении применялась аппроксимация СП сигнала и помехи, не учитывалось наличие погрешностей гравиметра и вычисления поправок w_Δ , а также не принималась во внимание особенность процедуры восстановления сигнала.

Отметим, что в рамках винеровского подхода расчетные значения среднеквадратической погрешности (СКП) оценивания АСТ можно получить исходя из условия конечности дисперсии ошибки, а также с привлечением обсуждаемого далее частотно-временного подхода [62]. Для ФВ (15), построенного для упрощенных моделей (13), (14), СКП можно рассчитать в виде [62]

$$\sigma_f(g_a) = r_e \sqrt{\frac{\omega_c}{(1,5 - \sqrt{2}) \sqrt{2 + \sqrt{2}}}} \approx 2,51 r_e \sqrt{\omega_c}, \quad (18)$$

а для сглаживающего ФВ (16), (17) –

$$\sigma_s(g_a) = \frac{r_\varepsilon}{2} \sqrt{\frac{\omega_c}{\sqrt{2+\sqrt{2}}}} \approx 0,37r_\varepsilon \sqrt{\omega_c}. \quad (19)$$

Из представленных соотношений следует, что СКП сглаживания АСТ почти в 7 раз меньше СКП фильтрации.

Примечание 1. Обратим внимание, что рассмотренные выше постановки задачи оценивания АСТ не предусматривают наличия и учета тем или иным способом высокоточных измерений высоты и/или вертикальной скорости подвижного объекта, как это делается в авиационной гравиметрии. Возможность такого рассмотрения задачи при измерении АСТ на морских подвижных объектах обусловлена малой по сравнению с ЛА скоростью их движения и, как следствие, различным частотным составом полезного сигнала (АСТ) и помехи, в качестве которой выступают вертикальные инерционные ускорения объекта. Это создает предпосылки для достижения приемлемых точностей оценивания АСТ в морских условиях без привлечения дополнительных измерений путем решения задачи фильтрации (сглаживания), в результате которой удастся подавить помеху при минимальном искажении полезного сигнала. На ЛА спектры полезного сигнала и вертикальных ускорений из-за высокой скорости его движения существенным образом пересекаются, и добиться необходимых точностей оценивания АСТ на фоне такой помехи не удастся. В силу этого приходится привлекать дополнительные высокоточные измерения вертикальных перемещений объекта от СНС. В результате задача решается в инвариантной относительно вертикальных ускорений постановке, что достигается за счет формирования разностных измерений гравиметра и СНС. По сути, на ЛА оценивание того же самого полезного сигнала (АСТ) осуществляется на фоне другой помехи, в качестве которой выступают погрешности СНС.

Вместе с тем понятно, что и для морского объекта задача оценивания также может быть обобщена на случай привлечения высокоточных измерений от СНС. С этой целью в рамках калмановской постановки к (7) следует добавить соответствующие дополнительные измерения. Некоторые результаты исследований эффективности привлечения высокоточных измерений СНС в задаче морской гравиметрической съемки приведены в работах [63, 64]. Поскольку в этом случае речь идет об исследовании систем со многими входами, в качестве которых выступают измерения гравиметра и СНС, то предпочтение здесь следует отдавать калмановскому подходу, в большей степени ориентированному на обработку таких измерений.

Примечание 2. Обращаем внимание, что рассмотренные задачи касаются скалярной гравиметрии, т.е. оценивания АСТ, и под измерениями гравиметра в настоящей работе понимаются измерения скалярного платформенного гравиметра [6, 41–50, 61, 63]. В то же время при построении бесплатформенных инерциальных скалярных гравиметров [7, 65, 66] для получения измерений АСТ могут быть использованы данные от бесплатформенных инерциальных систем (БИНС) путем преобразования сигналов триады акселерометров, жестко закрепленных на основании, с учетом углов ориентации объекта, вычисляемых согласно алгоритмам БИНС. При реализации таких систем калмановский подход получил широкое распространение в том числе и для коррекции погрешностей БИНС [7]. Такая схема может применяться и для решения задачи векторной гравиметрии, т.е. получения оценок всего вектора ВСТ, так как в алгоритмах БИНС вырабатываются не только вертикальная, но и горизон-

тальная составляющие ускорений. В работе [7] отмечается, что бесплатформенная инерциальная гравиметрическая система и БИНС, интегрированная с СНС, по составу аппаратуры практически идентичны. Отличия заключаются лишь в требованиях к точности инерциальных чувствительных элементов, знанию гравитационного поля Земли и составу и точности приемной спутниковой аппаратуры. Скалярный гравиметр в этом смысле представляет собой, по сути, только вертикальный канал бесплатформенной инерциальной гравиметрической системы.

3. Сопоставление фильтров Винера и Калмана

При анализе эффективности фильтров калмановского типа обычно акцент делается на значениях СКП и времени переходного процесса, которые и минимизируются для выбранных моделей оцениваемого сигнала и погрешностей измерения. При анализе же свойств стационарных фильтров, представленных с помощью ПФ, помимо СКП обычно обсуждается вид соответствующих им АЧХ и вычисляемых с ее помощью таких величин, как частота среза, полоса пропускания и разрешающая способность. Поскольку в установившемся режиме ФК представляет собой стационарный фильтр, целесообразно и для него уметь строить и вычислять эти величины и использовать их при обсуждении свойств и сопоставлении получаемых алгоритмов.

Ясно, что при одинаковых моделях вопрос о сопоставлении ФК в установившемся режиме и ФВ не возникает, так как эти фильтры, как уже отмечалось во введении, между собой совпадают. Особенности здесь могут лишь проявляться в зависимости от того, реализуется ли фильтр с опорой на выражение с использованием ПФ, весовой функции или частотной характеристики или на его представлении с помощью линейных стационарных уравнений. Эти особенности, в частности, могут быть следствием неоднозначного перехода от ПФ динамической системы (в данном случае фильтра) к ее представлению в пространстве состояний. Тем не менее эти особенности никак не влияют на свойства стационарных фильтров. Здесь уместно отметить, что не только ФК в установившемся режиме, по сути, является ФВ, но и наоборот – ФВ может рассматриваться как фильтр калмановского типа, у которого коэффициент усиления постоянен.

Как было показано выше, ФВ может быть построен с использованием МЛА. Кроме того, на практике при обработке результатов морской гравиметрической съемки нередко применяется стационарный фильтр (СФ), представляющий собой последовательно включенные фильтр Баттерворта четвертого порядка и апериодическое звено с результирующей ПФ [6, 58, 61]:

$$H_y^{g_a}(p) = \frac{\omega_a}{p + \omega_a} \frac{\omega_b^4}{p^4 + \alpha_B \omega_b p^3 + 0,5\alpha_B^2 \omega_b^2 p^2 + \alpha_B \omega_b^3 p + \omega_b^4}, \quad (20)$$

где $\omega_a = 1/T_a$; $\omega_b = 2\pi/T_b$; T_b , T_a – постоянные времени фильтра Баттерворта и апериодического звена соответственно [6], выбираемые эмпирически исходя из условий съемки.

Таким образом, интерес представляет сравнение характеристик: ФК, построенного для полных моделей; ФВ, построенного для моделей, полученных с использованием МЛА; и СФ, построенного из эмпирических соображений. Краткое описание сопоставляемых фильтров для удобства приведено в табл. 1.

Краткое описание сопоставляемых фильтров

Фильтры	Сглаживающие фильтры
ФК: фильтр Калмана, настроенный на модель (8) и измерения (7).	Сглаживающий ФК: фильтр, реализуемый путем обработки измерений в прямом времени с использованием ФК и полученных оценок вектора состояния (8) в обратном времени согласно [25].
ФВ: фильтр Винера, настроенный на модель полезного сигнала и помехи (13), (14), с ПФ (15).	Сглаживающий ФВ: фильтр с ПФ (16), реализуемый путем обработки измерений в прямом времени и полученных оценок АСТ в обратном с помощью фильтра с ПФ (17).
СФ: стационарный фильтр с ПФ (20).	Сглаживающий СФ: фильтр, реализуемый путем обработки измерений в прямом времени и полученных оценок АСТ в обратном с помощью фильтра с ПФ (20).

Далее в этой части рассматриваются и сопоставляются АЧХ и весовые функции ФК в установившемся режиме, ФВ и описанного выше СФ.

Искомая АЧХ для ФК в установившемся режиме может быть получена с помощью ПФ, связывающей в ФК измерения (1) с оценкой АСТ и имеющей вид [19]

$$W_y^{g_a}(p) = D(pE - F + K_\infty H)^{-1} K_\infty, \quad (21)$$

где K_∞ удовлетворяет (11), а $D = [-\beta\zeta \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$, поскольку $g_a = Dx$. Проблема получения ПФ (21) в аналитической форме сводится к необходимости аналитического решения уравнения Риккати (12) для вычисления P_∞ и последующего определения K_∞ , что в общем случае затруднительно. Однако матрица K_∞ , определяющая коэффициент усиления ФК в установившемся режиме, может быть получена в результате численного решения уравнения Риккати (12) для конкретных значений исходных данных, после чего с ее использованием может быть построена искомая АЧХ (21).

С целью сопоставления АЧХ была рассчитана ПФ для ФК в установившемся режиме (21) при следующих значениях: СКО изменчивости АСТ $\sigma_{dga} = 3$ мГал/км; СКО АСТ $\sigma_{ga} = 30$ мГал; СКО вертикальных ускорений $\sigma_h = 10$ Гал; период $T = 5$ с; нерегулярность $\mu = 0,05 \text{ с}^{-1}$; скорость движения $V = 10$ уз; СКП измерений гравиметра $0,5$ мГал; частота дискретизации решения задачи 10 Гц. На рис. 2. приведена соответствующая ей АЧХ, а также для сравнения – АЧХ ФВ с ПФ (15), полученной с помощью МЛА для соответствующих локальных аппроксимаций.

АЧХ (рис. 2) и весовые функции (рис. 3), соответствующие ФК в установившемся режиме с ПФ (21), ФВ для упрощенных моделей с ПФ (15) и СФ с ПФ (20), были получены в программной среде MatLab с использованием встроенных функций.

Анализируя вид АЧХ (рис. 2), отметим, что ФК и ФВ являются фильтрами нижних частот и в полосе пропускания АЧХ ФВ и ФК практически совпадают. Напомним, что полоса пропускания (прозрачности), или эффективно передаваемая полоса частот, – диапазон частот, в пределах которого АЧХ фильтра можно считать равномерной и обеспечивающей передачу сигнала без его существенного искажения. Частота среза – это частота, для которой уровень АЧХ уменьшается в два раза по сравнению со значением в полосе пропускания [67]. Отсюда следует, что АЧХ на частоте среза имеет спад до $\lg 2 \approx 0,707$ (или приблизительно -3 дБ) относительно

уровня в полосе пропускания. Частота среза служит эмпирической границей полосы пропускания фильтра, а кроме того, о чем также говорится далее, характеризует и пространственное разрешение морской гравиметрической съемки. Заметим, что частота среза для ФВ (15) зависит только от $\omega_c = 2\pi f_c$ – частоты точки пересечения СП сигнала и помехи, а для ФК определяется всеми параметрами используемых моделей. Различия АЧХ ФК и ФВ в полосе подавления (рис. 2) обусловлены различиями в СП помехи.

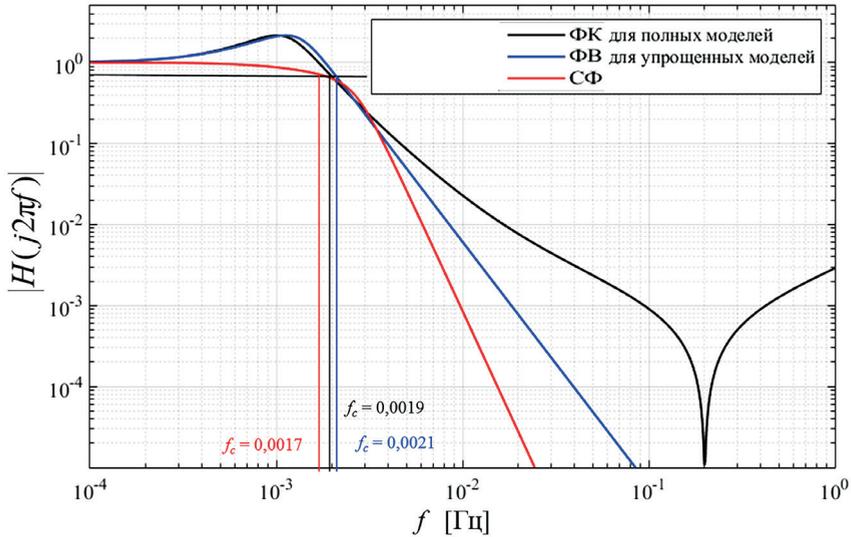


Рис. 2 Амплитудно-частотные характеристики ФК, ФВ и СФ

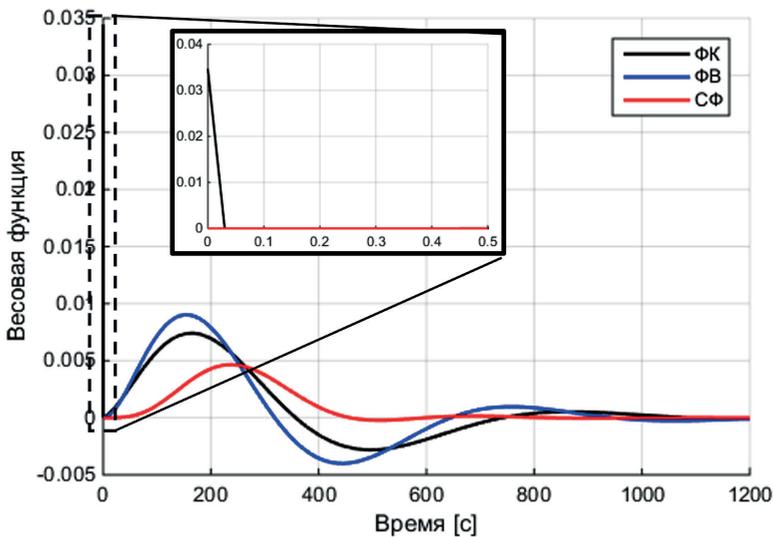


Рис. 3. Весовые функции ФК, ФВ и СФ

Таким образом, как и ожидалось, рассматриваемые ФК и ФВ обладают схожими между собой АЧХ и весовыми функциями (рис. 3). При этом весовая функция ФК имеет большие значения в нулевой момент времени, что соответствует подъему

АЧХ в области частот выше 0,2 Гц. Эти функции также во многом сходны с АЧХ и весовыми функциями применяемого на практике СФ с ПФ вида (20). Тем не менее в случае СФ выбор конкретного вида АЧХ и/или весовой функции, как правило, обусловлен эмпирическими соображениями о характере получаемой оценки. В случае же ФК и ФВ весовая функция фильтра определяется используемыми моделями сигнала и помехи.

Отметим, что наряду с СКП при оценивании АСТ выделяют и такую характеристику, как пространственное разрешение. Термин «разрешение» в различных областях используется как характеристика, отражающая возможность отличать мелкие детали полезного сигнала в получаемых после обработки с помощью того или иного алгоритма данных. В гравиметрии разрешение обычно определяется как половина минимальной длины волны АСТ ρ , которую можно выделить на карте или профиле [68–70]. При обработке данных морской или авиационной гравиметрической съемки величина ρ обуславливается частотой среза используемого фильтра и скоростью движения объекта [70]:

$$\rho = \frac{V}{2f_c}, \quad (22)$$

где ρ – половина минимальной длины волны, выделяемой в АСТ (м); V – скорость объекта (м/с); f_c – частота среза фильтра, примененного при обработке данных (Гц). При этом чем меньше минимальная длина волны ρ , тем выше пространственное разрешение. Как отмечено ранее, для рассматриваемых ФК и ФВ частота среза определяется стохастическими моделями АСТ и вертикальных ускорений.

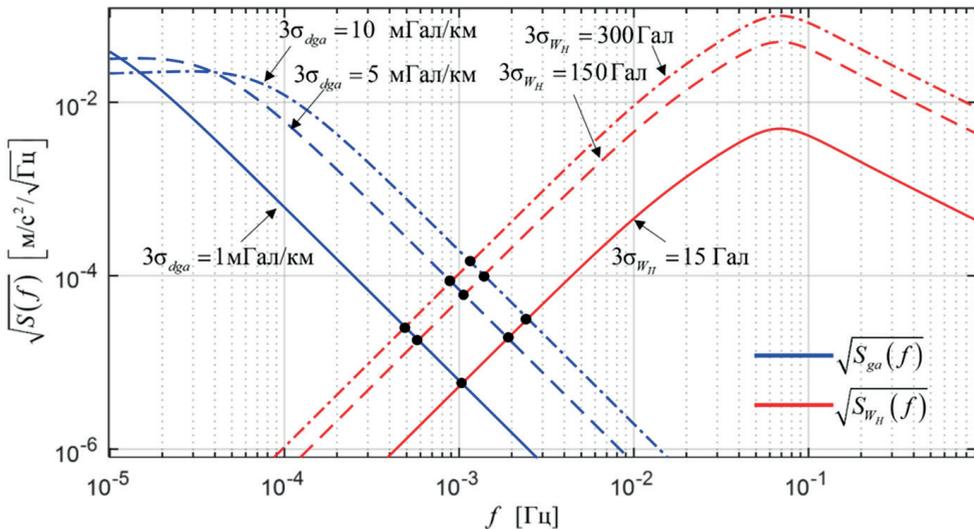


Рис. 4. Графики квадратных корней из СП АСТ и вертикальных ускорений

Из рис. 4 следует, что при увеличении изменчивости (градиента) АСТ при одинаковых условиях съемки (то есть при одинаковых вертикальных ускорениях), с одной стороны, увеличивается СКП оценивания АСТ, а с другой – пространственное разрешение становится выше. Этот, казалось бы, противоречивый вывод обусловлен тем, что при увеличении изменчивости АСТ растет уровень ее высокочастотных составляющих, которые могут быть легче различимы на фоне тех же вертикальных ускорений. Обращаем внимание, что при этом точность оценивания АСТ снижается. В то же время при постоянной изменчивости и повышении уровня вертикальных

ускорений СКП оценивания АСТ также будет увеличиваться, а пространственное разрешение – ухудшаться. Таким образом, можно говорить о том, что пространственное разрешение определяется условиями съемки, описываемыми соответствующими моделями АСТ и вертикальных ускорений.

Безусловно интересен вопрос о том, каковы представленные в пространстве состояний модели для полезного сигнала и помехи, в нашем случае это модели для АСТ и вертикального движения, породившие ПФ, соответствующую тому или иному СФ. В общем случае получить ответ на этот вопрос затруднительно. Заметим, что можно достаточно просто для заданной ПФ, определяющей тот или иной СФ, построить модель с постоянным коэффициентом усиления в пространстве состояний, которая, как известно, не является единственной. При этом открытым остается вопрос о том, какие же модели для полезного сигнала и помехи привели к такой ПФ. Оказывается, для упрощенных моделей (13) (14) ответ может быть получен в рамках частотно-временного подхода. Поясним как это сделать, опираясь на работы [12, 13, 52, 62]. С этой целью введем для упрощенной модели АСТ формирующий фильтр (ФФ) в виде [62]

$$\begin{aligned}\dot{g}_1 &= g_2, \\ \dot{g}_2 &= w, \\ g_a &= g_1,\end{aligned}\tag{23}$$

где w – порождающий белый шум интенсивности $r_g^2 \omega_c^4$. Обратим внимание, что ввести непосредственно модель в виде ФФ для помехи, имеющей СП (14), строго говоря, не представляется возможным, так как с точки зрения классической теории белый шум не является дифференцируемым процессом. Вместе с тем рассматриваемую постановку задачи можно сформулировать с использованием понятия условной СП [62]. Дважды проинтегрировав измерения, сведем эту задачу к эквивалентной (с точки зрения получаемого решения) постановке задачи оценивания вектора состояния, описываемого в виде

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2, \\ \dot{x}_2 &= g_1, \\ \dot{g}_1 &= g_2, \\ \dot{g}_2 &= w,\end{aligned}\tag{24}$$

по измерениям

$$\tilde{y} = x_1 + v,\tag{25}$$

где \tilde{y} – второй интеграл от измерений (1), v – белый шум измерений с интенсивностью r_g^2 / ω_c^4 . Формально такие измерения являются измерениями высоты. Однако в [62] показано, что решение задачи оценивания АСТ $g_a = g_1$, описываемой ФФ (24) по измерениям (25), с точки зрения получения ПФ для АСТ эквивалентно решению задачи оценивания АСТ со СП (13) на фоне помехи с СП (14) по измерениям (1), в которых $g_a = -\beta \zeta x_1 + x_2$. Пользуясь этими результатами и соотношением (21), нетрудно показать, что ПФ такого ФФ в установленном режиме совпадает с (15) и при этом СКП оценивания совпадает с (18).

С учетом представленного материала можно дать следующее обоснование термина «частотно-временной подход». При получении фильтра в установленном режиме в виде ПФ применяется винеровский (частотный) подход, основанный на ис-

пользовании спектральных плотностей, а для обеспечения оптимальности фильтра в переходном режиме привлекается модель в виде дифференциальных уравнений, что создает возможность применения калмановского подхода.

Таким образом, для редуцированных моделей (13), (14) может быть реализован ФК, который в установившемся режиме совпадает со стационарным фильтром Винера (15) для тех же моделей. Важно подчеркнуть, что этот фильтр является стационарным только в установившемся режиме, а во время переходного процесса его коэффициент усиления меняется. Он обладает важным перед ФВ преимуществом, поскольку представляет собой оптимальный ФК по отношению к моделям (13), (14), обеспечивая получение оптимальных оценок не только в установившемся, но и в переходном режимах в отличие от ФВ, задаваемого ПФ (15). Следствием этого является сокращение времени переходного процесса при использовании такого фильтра.

Обращаем внимание, что в работе [27], также посвященной синтезу сглаживающего фильтра, задача решается в рамках калмановского подхода для моделей, аналогичных (24) и (25), с тем отличием, что АСТ описывается третьим интегралом от белого шума. При этом акцент делается на построении экономичного в вычислительном отношении субоптимального сглаживающего фильтра. С этой целью авторы [27] пренебрегают порождающими шумами. Вопросы взаимосвязи калмановских и винеровских алгоритмов здесь не затрагиваются. В этой связи можно заметить, что в отличие от [27] при реализации алгоритма сглаживания, получаемого в рамках частотно-временного подхода, в обратном времени обработке подлежит скалярная реализация оценок АСТ, что также сокращает объем вычислений при построении фильтра.

4. Сопоставление результатов предсказательного моделирования и обработки реальных данных для фильтров Винера и Калмана

Для сравнения ФК и ФВ проведено предсказательное моделирование при следующих условиях: СКО вертикальных ускорений в диапазоне 2–20 Гал; СКО изменчивости АСТ в диапазоне 1–3 мГал/км; характерные для морского объекта период $T = 5$ с и нерегулярность $\mu = 0,05$ с⁻¹ вертикальных ускорений; скорость $V = 10$ уз; беложумная СКП гравиметра $\sigma_g = 0,1$ мГал; СКП вычисления поправок $\sigma_{w\Delta} = 0,5$ мГал при частоте дискретизации 10 Гц.

При получении описываемых в этом разделе результатов учитывались упомянутые выше особенности демпфированного гравиметра и ввода поправок.

На рис. 5 приведены характерные графики истинного значения и оценок АСТ, полученных с использованием ФК, ФВ и СФ в наихудших (принятых при моделировании) с точки зрения точности оценивания условиях съемки: СКО изменчивости АСТ – 3 мГал/км, СКО вертикальных ускорений – 20 Гал, что соответствует максимальной высоте волны 1 м. На рис. 6 приведены соответствующие им реализации погрешностей фильтрации АСТ для разных фильтров и действительные СКП, рассчитываемые так, как пояснено ниже.

Из графиков на рис. 5 следует, что оценки ФК и ФВ содержат в своем составе высокочастотные составляющие. Кроме того, видно, что оценки СФ обладают большим запаздыванием, чем оценки ФК и ФВ, для которых запаздывание в данном случае незначительно, что в итоге и обуславливает большую СКП оценивания АСТ СФ, как показано на рис. 6.



Рис. 5. Оценки АСТ ФК, ФВ и СФ

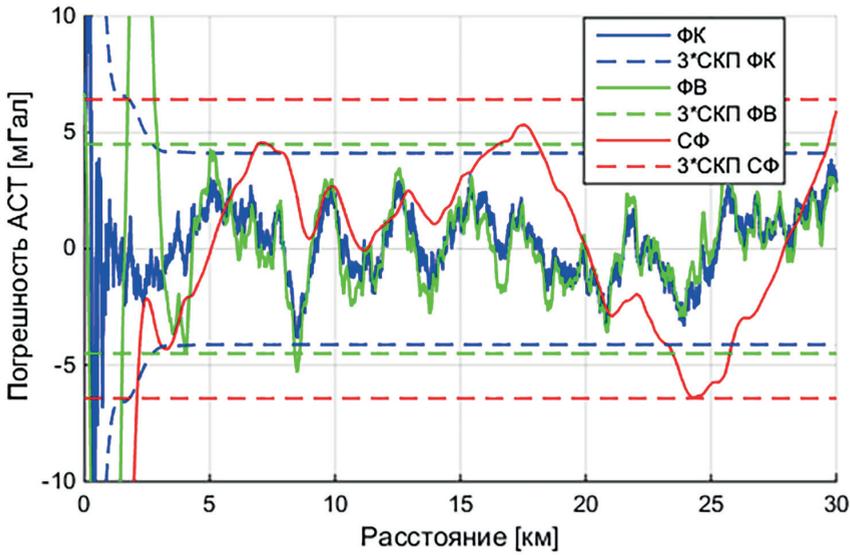


Рис. 6. Погрешности фильтрации АСТ ФК, ФВ и СФ

На рис. 7 приведены характерные графики истинного значения и оценок АСТ, полученных с использованием сглаживающих ФК, ФВ и СФ, для той же реализации измерений, что и на рис. 5, 6. Из него видно, что режим сглаживания позволяет избежать фазового запаздывания для всех фильтров. На рис. 8 приведены погрешности и СКП оценивания АСТ сглаживающих ФК, ФВ и СФ. При моделировании сглаживающий ФК обеспечивает оптимальную точность оценивания, однако ФВ, построенный с использованием МЛА, и СФ незначительно проигрывают ему в точности. В этой связи можно отметить следующий любопытный факт: применение режима сглаживания позволяет снизить эффект ухудшения точности при использовании субоптимальных фильтров.

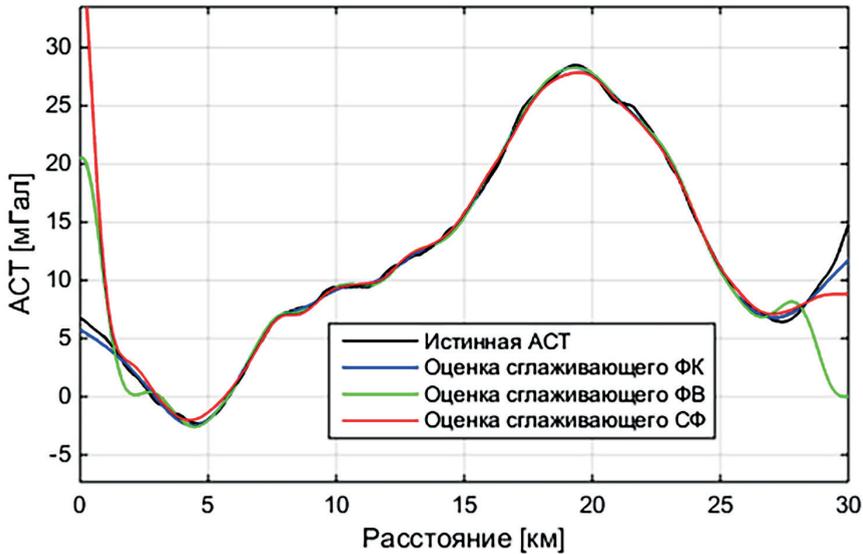


Рис. 7. Оценки АСТ сглаживающих ФК, ФВ и СФ

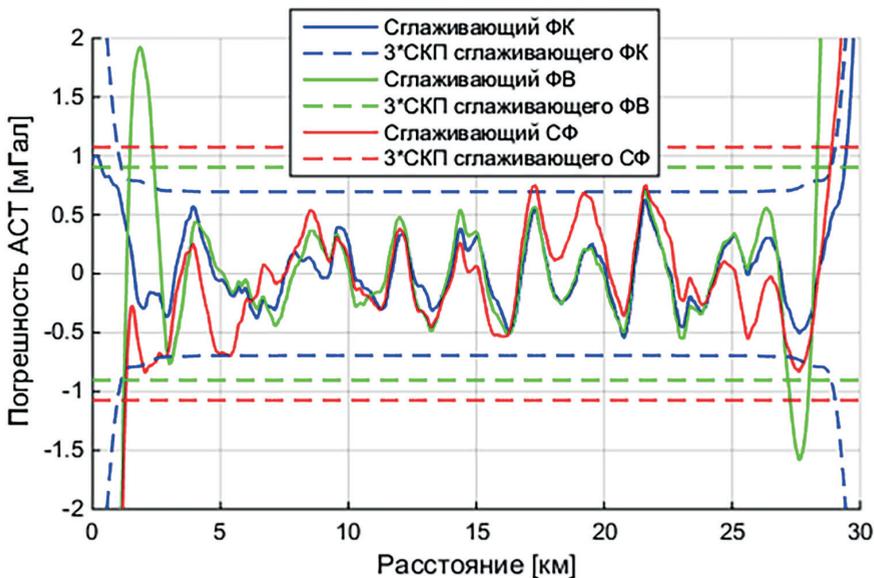


Рис. 8. Погрешности сглаживания АСТ сглаживающих ФК, ФВ и СФ

При этом необходимо помнить, что отмечаемая выше близость СКП для различных фильтров имеет место только для установившегося режима. Во время переходного процесса ошибка ФВ и СФ заметно превышает СКП ФК.

Для различных условий съемки получены действительные (д) и расчетные (р) значения СКП оценивания АСТ в установившемся режиме, которые представлены в табл. 2, 3. Для ФК и сглаживающего ФК, настроенных на исходные полные модели, действительные и расчетные значения СКП совпадают, так как моделирование реализаций АСТ и вертикальных ускорений осуществлялось согласно (2), (4). Для ФВ и сглаживающего ФВ расчетные значения СКП вычислялись согласно (18), (19), а дей-

ствительные рассчитывались с помощью метода статистических испытаний, путем моделирования множества реализаций и последующего осреднения [71]. Для СФ и сглаживающего СФ приведены только действительные СКП, рассчитанные аналогичным образом, так как этот фильтр не предполагает получение расчетной характеристики точности.

Т а б л и ц а 2

СКП оценивания АСТ ФК, ФВ и СФ в установившемся режиме

$\sigma_{\dot{h}}$	1 мГал/км				2 мГал/км				3 мГал/км			
	ФК	ФВ (p)	ФВ (δ)	СФ (δ)	ФК	ФВ (p)	ФВ (δ)	СФ (δ)	ФК	ФВ (p)	ФВ (δ)	СФ (δ)
2 Гал	0,22	0,19	0,40	0,51	0,41	0,36	0,41	0,65	0,74	0,69	0,83	0,96
5 Гал	0,31	0,27	0,48	0,65	0,57	0,51	0,82	1,12	1,05	0,98	1,15	1,51
10 Гал	0,42	0,35	0,52	0,73	0,74	0,66	1,14	1,51	1,36	1,27	1,56	1,90
20 Гал	0,52	0,45	0,60	0,85	0,96	0,86	1,43	1,85	1,54	1,66	1,70	2,25

Примечание: p – расчетные значения, δ – действительные значения.

Т а б л и ц а 3

СКП оценивания АСТ сглаживающих ФК, ФВ и СФ в установившемся режиме

$\sigma_{\dot{h}}$	1 мГал/км				2 мГал/км				3 мГал/км			
	ФК	ФВ (p)	ФВ (δ)	СФ (δ)	ФК	ФВ (p)	ФВ (δ)	СФ (δ)	ФК	ФВ (p)	ФВ (δ)	СФ (δ)
2 Гал	0,05	0,03	0,05	0,06	0,07	0,05	0,07	0,08	0,13	0,10	0,14	0,15
5 Гал	0,06	0,04	0,06	0,06	0,10	0,07	0,10	0,11	0,18	0,14	0,19	0,22
10 Гал	0,07	0,05	0,07	0,08	0,12	0,10	0,13	0,17	0,23	0,19	0,24	0,28
20 Гал	0,09	0,07	0,09	0,10	0,16	0,13	0,17	0,20	0,30	0,24	0,32	0,34

Из табл. 2 следует, что действительные СКП ФВ и СФ заметно (до двух раз) превышают действительные СКП ФК. При этом наибольшую СКП показывает СФ, несмотря на визуальную близость характера его оценок к АСТ. Это вызвано существенным фазовым запаздыванием оценок СФ, которое отчетливо видно на рис. 6. Расчетная СКП АСТ ФВ на 10-20% ниже СКП ФК, т.е. расчетные значения СКП более оптимистичны для всех рассматриваемых условий.

Из табл. 3 следует, что действительная СКП сглаживающего ФВ превышает СКП сглаживающего ФК не более чем на 8%, а СКП сглаживающего СФ – не более чем на 10%. Можно отметить существенное снижение различий между СКП сглаживающих фильтров относительно обычных, что связано с отсутствием фазового запаздывания при использовании алгоритмов сглаживания. При этом расчетная СКП оценивания АСТ сглаживающего ФВ на 10-20% ниже СКП ФК.

В абсолютных цифрах разница между действительными значениями СКП ФВ и ФК не превышает 0,15 мГал, а разница между действительными значениями СКП сглаживающих ФВ и ФК не превышает 0,05 мГал. Таким образом, различия в моделях при применении МЛА для построения ФВ незначительно влияют на дей-

ствительную точность оценивания АСТ, однако негативно сказываются на состоятельности ФВ, под которой понимается соответствие расчетной и действительной характеристик точностей фильтра [71]. ФК в этом смысле является состоятельным, так как настроен на известные модели.

Можно отметить, что СКП оценивания сглаживающего СФ, особенно при малых значениях СКО изменчивости АСТ и СКО вертикальных ускорений, также мало отличаются от СКП оптимального сглаживающего ФК. При этом в режиме фильтрации отличия СФ от ФК существенны. Эти результаты подтверждаются далее при обработке реальных данных. При этом необходимо помнить, что отмечаемая выше близость СКП для различных фильтров имеет место только для установившегося режима. Во время переходного процесса ошибка ФВ и СФ заметно превышает СКП ФК.

Следует также подчеркнуть, что ФК и соответствующий ему сглаживающий фильтр будут оптимальными только для заданных моделей (2), (4) (которые при моделировании приняты за истинные) и при конкретных значениях их параметров (которые в условиях моделирования известны). На практике при построении оптимальных фильтров в рамках как винеровского, так и калмановского подходов возникают проблемы чувствительности к используемым моделям и значениям их параметров, если они отличаются от реальных. В этом случае встают задачи анализа чувствительности и синтеза адаптивных фильтров, т.е. одновременного оценивания АСТ и идентификации параметров модели. Для решения этих проблем могут быть эффективно использованы методы, разработанные в рамках калмановского подхода, что является еще одним важным его преимуществом [63, 72–74].

Сопоставим далее результаты обработки реальных данных, полученные при использовании ФК, ФВ и СФ. С этой целью были выбраны четыре пары возвратных (пройденных в двух взаимно обратных направлениях) галсов с различной изменчивостью АСТ и СКО вертикальных ускорений, выполненных в разных акваториях Мирового океана. Измерения АСТ проводились гиросtabilизированным гравиметром «Чекан-АМ». Из них две пары галсов с малой величиной изменчивости АСТ ($\sigma_{dga} = 0,5$ мГал/км) при сильном ($\sigma_{\dot{h}} = 40$ Гал) (галсы 1, 2) и слабом ($\sigma_{\dot{h}} = 10$ Гал) (галсы 3, 4) волнениях. Вторая четверка исследуемых галсов была выбрана в двух районах с высокими значениями изменчивости АСТ ($\sigma_{dga} = 3$ мГал/км). Из них пара галсов 5, 6 отснята при слабом волнении ($\sigma_{\dot{h}} = 10$ Гал), а галсы 7, 8 – при сильном ($\sigma_{\dot{h}} = 40$ Гал). На рис. 9 приведен пример оценок АСТ, полученных с использованием ФК, ФВ и СФ на галсе 8, где наблюдается наибольшее отличие результатов для рассматриваемых фильтров. На рис. 9 также приведено эталонное значение АСТ, полученное осреднением оценок сглаживающего ФК по всем галсам, что позволяет увидеть фазовое запаздывание СФ.

На рис. 10 приведены погрешности оценивания ФК, ФВ и СФ.

На рис. 11 приведены оценки АСТ, полученные сглаживающими ФК, ФВ и СФ для того же галса, и для ориентира приведен тот же эталон. На рис. 12 приведены погрешности оценивания сглаживающих фильтров.

Для сравнения точностей оценивания АСТ ФК и ФВ для каждой пары возвратных галсов 1–2, 3–4, 5–6, 7–8 по их разности оценок АСТ в установившемся режиме рассчитывались действительные (д) СКП. Эти СКП приведены в табл. 4 наряду с их расчетными значениями (р). Расчетные значения СКП АСТ для ФК отыскивались с использованием матрицы ковариаций, вычисляемой в ФК, а для ФВ рассчитывались по соотношениям (18), (19).

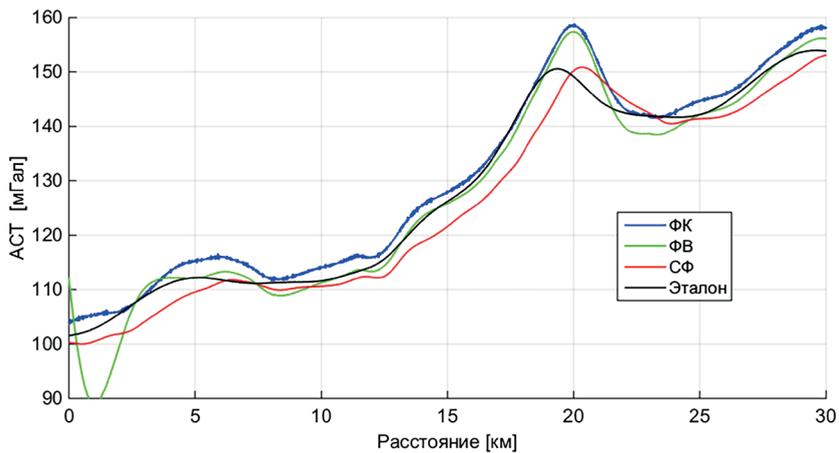


Рис. 9. Оценки АСТ ФК, ФВ и СФ

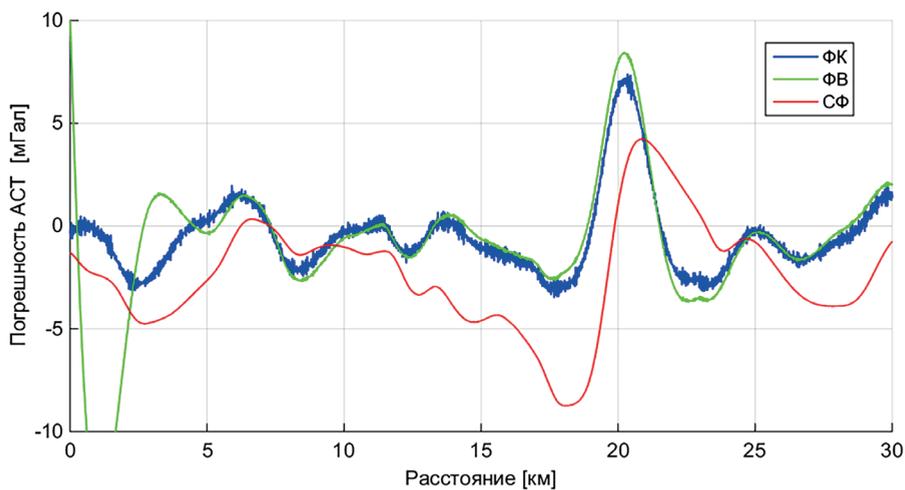


Рис. 10. Погрешности фильтрации АСТ ФК, ФВ и СФ

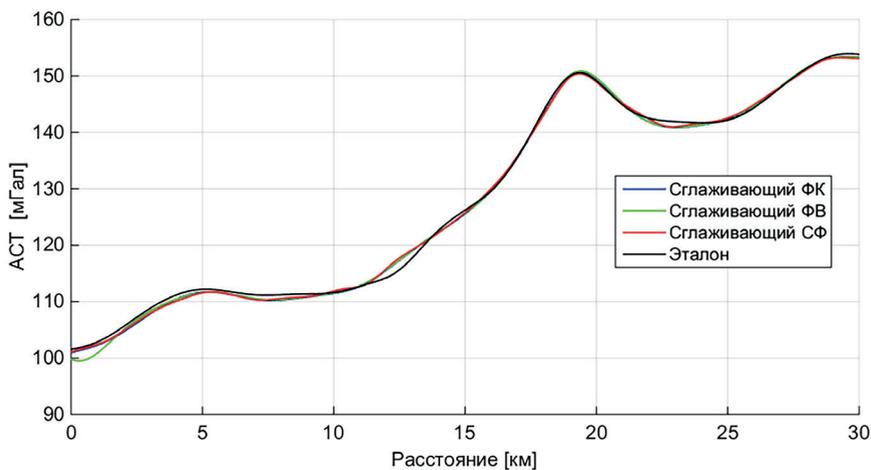


Рис. 11. Оценки АСТ сглаживающих ФК, ФВ и СФ

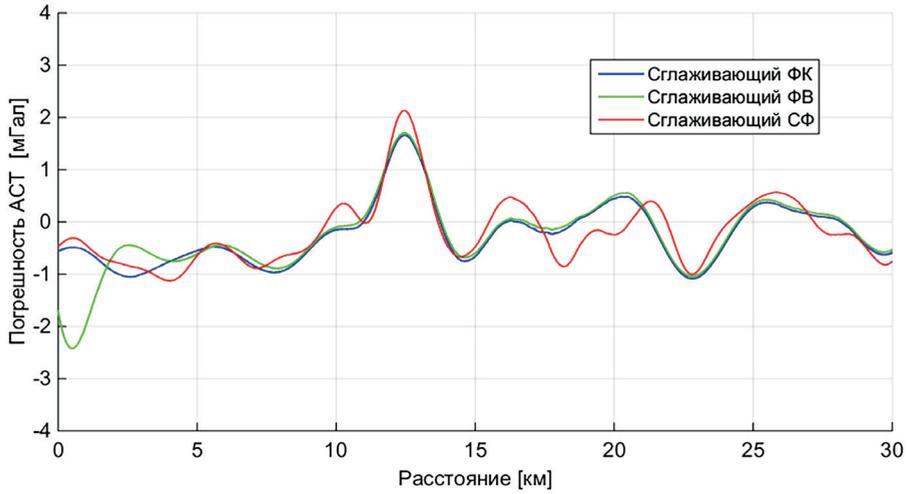


Рис. 12. Погрешности сглаживания АСТ сглаживающих ФК, ФВ и СФ

Таблица 4

СКП оценивания АСТ ФК и ФВ

Галсы	Сглаживание					Фильтрация				
	ФК (p)	ФК (d)	ФВ (p)	ФВ (d)	СФ (d)	ФК (p)	ФК (d)	ФВ (p)	ФВ (d)	СФ (d)
1-2	0,04	0,02	0,02	0,02	0,03	0,20	0,14	0,16	0,15	0,34
3-4	0,08	0,07	0,06	0,10	0,28	0,51	0,36	0,43	0,53	0,68
5-6	0,12	0,34	0,09	0,41	0,34	0,78	0,73	0,63	0,90	1,33
7-8	0,26	0,80	0,20	0,81	0,81	1,44	1,56	1,20	1,74	3,89

Из представленных результатов следует, что ФК, ФВ и СФ имеют близкие действительные СКП оценивания, что хорошо согласуется с результатами предсказательного моделирования. Расчетные и действительные СКП оценивания АСТ ФК и ФВ близки только для галсов с малой изменчивостью АСТ, что говорит о состоятельности фильтров в этих условиях. Для галсов с высокой изменчивостью АСТ разница между расчетной и действительной СКП существенна (до 0,6 мГал), что особенно проявляется на галсах 7-8 со значительными вертикальными ускорениями. Этот факт говорит о целесообразности уточнения модели погрешностей измерений в этих условиях.

Заключение

Обсуждены взаимосвязь, отличия и особенности алгоритмов обработки результатов морской скалярной гравиметрической съемки (фильтров), синтезируемых в рамках калмановского и винеровского подходов. Проанализированы их достоинства и недостатки при решении задач фильтрации и сглаживания, а также специфика самих задач оценивания АСТ, решаемых на морском подвижном объекте, по сравнению с аналогичными задачами для ЛА.

Приведены и сопоставлены результаты, полученные с использованием различных фильтров путем предсказательного моделирования и при обработке реальных данных. Подтверждена состоятельность калмановских фильтров при малых значениях градиента АСТ. Однако в ряде случаев выявлен факт нарушения свойства состоятельности, что говорит о целесообразности уточнения моделей полезного сигнала (АСТ) и помехи (вертикальных инерционных ускорений) в этих условиях.

Отмечены отличия фильтров и сглаживающих фильтров, связанные с наличием/отсутствием запаздывания, и значительное – до 7 раз – снижение погрешностей оценивания АСТ в режиме сглаживания по сравнению с режимом фильтрации.

Результаты проведенных исследований, как и ожидалось, показали, что основными достоинствами калмановских фильтров по сравнению с винеровскими и их сглаживающими вариантами при решении задачи определения АСТ являются сокращение переходных процессов и возможность расчета текущей характеристики точности. Еще одним преимуществом решения этой задачи с использованием калмановского подхода является сравнительно простой способ обобщения на случай привлечения дополнительных измерений, что весьма важно при комплексной обработке данных гравиметра и СНС [63, 64].

ФВ, построенный для тех же моделей, что и ФК, обеспечивает одинаковую с ним точность в установившемся режиме, но при этом имеет увеличенный во времени переходный процесс и не обеспечивает выработку текущей характеристики точности.

Подчеркнуто, что при построении оптимальных фильтров в рамках как винеровского, так и калмановского подходов существуют проблемы чувствительности к моделям полезного сигнала и помехи и выявления необходимости синтеза адаптивных фильтров. Для решения этих проблем могут быть эффективно использованы алгоритмы, разработанные в рамках калмановского подхода и обеспечивающие одновременное оценивание АСТ и идентификацию параметров моделей, что также является еще одним важным его преимуществом [63, 72, 73]. Вместе с тем эти проблемы требуют отдельного обсуждения и выходят за рамки настоящей статьи. Важным также представляется продолжение исследований по использованию высокоточных измерений СНС при морской гравиметрической съемке с целью расширения возможных условий ее проведения.

*Исследование выполнено за счет гранта РФФИ № 23-19-00626,
<https://rscf.ru/project/23-19-00626/>.*

ЛИТЕРАТУРА

1. Schwarz, K.P., Inertial surveying and geodesy, *Re. Geoph.*, 1983, 21(4), 878–890.
2. Пантелеев В.Л. Линейная фильтрация в задачах динамической гравиметрии. М.: МГУ, 1985. 44 с.
3. Торге В. Гравиметрия / пер. с англ. М.: Мир, 1999. 429 с.
4. Пантелеев В.Л. Фильтрация в задачах инерциальной гравиметрии. LAP LAMBERT Academic Publishing, 2012. 52 с.
5. Болотин Ю.В., Голован А.А. О методах инерциальной гравиметрии // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 1. Математика, механика. 2013. № 5. С. 59–67.
6. Современные методы и средства измерения параметров гравитационного поля Земли / под ред. В.Г. Пешехонова. СПб.: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2017.
7. Пешехонов В.Г., Степанов О.А., Розенцвейн В.Г., Краснов А.А., Соколов А.В. Современное состояние разработок в области бесплатформенных инерциальных аэрогравиметров // Гироскопия и навигация. Том 30. №4 (119), 2022. С. 3-35. DOI 10.17285/0869-7035.00101.
8. Jekeli, C., Kwon, J.H., Results of Airborne Vector (3-D) gravimetry, *Geoph. Res. Lett.*, 1999, 26(23):3533–3536.

9. **Вязьмин В.С., Голован А.А. Болотин Ю.В.** Путь от скалярной к векторной аэрогравиметрии // 110 лет со дня рождения академика А.Ю. Ишлинского. Санкт-Петербург, 2023. С. 105–117.
10. **Wiener, N.**, The interpolation, extrapolation and smoothing of stationary time series, N.Y.:J Wiley, 1949, 162 p.
11. **Андреев Н.И.** Корреляционная теория статистически оптимальных систем. М.: Наука 1966.
12. **Челпанов И.Б.** Оптимальная обработка сигналов в навигационных системах. М.: Наука, 1967.
13. **Челпанов И.Б., Несенюк Л.П., Брагинский М.В.** Расчет характеристик навигационных приборов. Л.: Судостроение, 1978.
14. **Шахтарин Б.И.** Фильтры Винера и Калмана. Голос АРВ, Москва 2008.
15. **Kalman, R.E., Bucy R.S.**, New Results in Linear Filtering and Prediction Theory, Transactions of the ASME, *Journal of Basic Engineering*, 1961, vol. 83, pp. 95–107. **Калман Р.Е., Бьюси Р.С.** Новые результаты в теории линейной фильтрации и предсказания // Теоретические основы инженерных расчетов. 1961. №1. Сер. Д.
16. **Ривкин С.С., Ивановский Р.И., Костров А.В.** Статистическая оптимизация навигационных систем. Ленинград: Судостроение, 1976.
17. **Дмитриев С.П.** Высокоточная морская навигация. СПб.: Судостроение 1999.
18. **Степанов О.А.** Основы теории оценивания с приложениями к задачам обработки навигационной информации. Часть 1. Введение в теорию оценивания. Санкт-Петербург: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2017.
19. **Степанов О.А.** Основы теории оценивания с приложениями к задачам обработки навигационной информации. Часть 2. Введение в теорию фильтрации. Санкт-Петербург: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2017.
20. **Болотин Ю.В., Голован А.А., Парусников Н.А.** Уравнения аэрогравиметрии. Алгоритмы и результаты испытаний Москва: Издательство МГУ, 2002. 120 с.
21. **Руденко Е.А.** Сопоставление алгоритмов стохастической фильтрации // Материалы XXXII конференции памяти выдающегося конструктора гироскопических приборов Н.Н. Острякова. Санкт-Петербург, 2020. С. 295–299.
22. **Тихонов В.И., Харисов В.Н.** Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем : учебное пособие для вузов. 3-е изд., стер. Москва: Горячая линия–Телеком, 2018. 608 с.
23. **Стратонович Р.Л.** Условные процессы Маркова // Теория вероятн. и ее примен. 1960. Т. 5. № 2. С. 172–195.
24. **Стратонович Р.Л.** Применение теории процессов Маркова для оптимальной фильтрации сигналов // Радиотехника и электроника. 1960. Т. 5. №11. С. 1751–1763.
25. **Rauch, H.E., Tung, F., and Striebel, C.T.**, Maximum likelihood estimates of linear dynamic systems, The American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal, 1965, vol. 8, no. 3, pp. 1445–1450.
26. **Степанов О.А.** Связь алгоритмов оптимальной стационарной фильтрации и сглаживания // Гироскопия и навигация. 2004. №1. С. 16–27.
27. **Bolotin, Y.V. and Yurist, S.S.**, Suboptimal smoothing filter for the marine gravimeter GT-2M, *Gyroscope Navigation*, 2011, vol. 2, no. 3, pp. 152–155.
28. **Sarkka, S.**, Bayesian Filtering and Smoothing. Cambridge University Press, 2013, doi: 10.1017/CBO9781139344203.
29. **Попов Е.И.** Определение силы тяжести на подвижном основании с помощью сильно демпфированных гравиметров. Наука. 1967. 218 с.
30. **Огородова Л.В., Шимбирев Б.П., Юзефович А.П.** Гравиметрия. Москва: Недра, 1978.
31. **Пантелеев В.Л.** Основы морской гравиметрии. М.: Недра, 1983. 256 с.
32. **Nabighian, M.N., Ander, M.E., Grauch, V.J.S., Hansen R. O., LaFehr T. R., Li Y., Pearson, W.C., Peirce, J.W., Phillips, J.D., Ruder, M.E.**, Historical development of the gravity method in exploration, *Geophysics*, 2005, vol. 70, no. 6, pp. 63–89.
33. **Пешехонов В.Г., Соколов А.В., Железняк Л.К., Береза А.Д., Краснов А.А.** Вклад навигационных технологий в создание мобильных гравиметров // Гироскопия и навигация. 2019. № 4. С. 162–180.
34. **Hein, G.W.**, Progress in Airborne Gravimetry: Solved, Open and Critical Problems, *Proc. of the IAG Symposium on Airborne Gravity Field Determination*, IUGG XXI General Assembly Boulder, Colorado, USA, July 2–14 1995, pp. 3–11.
35. **Childers, V.A., Bell, R.E., and Brozena, J.M.**, Airborne gravimetry: An investigation of filtering, *Geophysics*, 1999, 64, 61–69.
36. **Kwon, J.H., Jekeli, C.**, A new approach for airborne vector gravimetry using GPS/INS, *J. Geod.*, 2001, 74: 690–700, doi: 10.1007/s001900000130.
37. **Hannah, J.**, *Airborne Gravimetry: a Status Report*. Prepared for the Surveyor, General Land Information, Otago University, New Zealand, 2001.

38. **Jekeli, C.**, *Theoretical Fundamentals of Airborne Gradiometry*, Airborne Gravity for Geodesy Summer School, 23–27 May 2016.
39. **Becker, D.**, *Advanced Calibration Methods for Strapdown Airborne Gravimetry*, Technische Universität Darmstadt, Ph.D. Thesis, 2016.
40. **Голован А.А., Вязьмин В.С.** Методика проведения аэрогравиметрических съемок и обработки первичных данных бескарданного аэрогравиметра // *Гироскопия и навигация*. 2023. Том 31. №1 (120). С. 58–75. EDN: EVVRIE.
41. **Левницкая З.Н.** Оптимальные линейные алгоритмы фильтрации силы тяжести на море по экспериментальным данным. Дисс. ... ученой степени к.т.н. М.: Изд-во МГУ, 1972.
42. **Масалов И.А.** *Динамическая гравиметрия*. М.: Наука, 1983. 157 с.
43. **Береза А.Д., Костров А.В., Ривкин С.С.** Исследование методов фильтрации при гравиметрических измерениях // *Физико-техническая гравиметрия* / под ред. В.И. Страхова. М.: Наука, 1982. С. 61–88.
44. **Волков А.С.** Возможности динамических систем с запаздыванием в морской гравиметрии // *Линейная фильтрация в задачах динамической гравиметрии* / под ред. В. Л. Пантелеева. М.: Изд-во МГУ, 1985. С. 14–22.
45. **Пешехонов В.Г., Несенюк Л.П., Старосельцев Л.П., Элинсон Л.С.** Судовые средства измерения гравитационного поля Земли. Л.: ЦНИИ «Румб», 1989.
46. **Юрист С.Ш., Смоллер Ю.Л., Ильин В.Л., Волнянский В.Н.** Малогабаритный морской гравиметр // *Материалы 2-й международной конференции «Морская и аэрогравиметрия»*. СПб., 1994.
47. **Применение гравинерциальных технологий в геофизике** / под общ. ред. В.Г. Пешехонова; сост. Г.Б. Вальсон. СПб.: ЦНИИ «Электроприбор», 2002. 199 с.
48. **Железняк Л.К., Конешов В.Н., Пешехонов В.Г., Несенюк Л.П., Элинсон Л.С., Ильин В.Н., Чичинадзе М.В., Бронштейн И.Г., Князев Ю.А., Парусников Н.А.** Гравиметры двойного назначения для измерения с морских и воздушных носителей // *Известия высших учебных заведений. Приборостроение*. 2005. Т 48. № 5. С. 23–28.
49. **Дробышев Н.В., Железняк Л.К., Клевцов В.В., Конешов В.Н., Соловьев В.Н.** Методы и проблемы изучения гравитационного поля мирового океана // *Геофизические исследования*. 2006. №5. С. 32–52.
50. **Конешов В.Н.** Современные методы морской и аэрогравиметрии, созданные с участием ИФЗ РАН // *Земля и Вселенная*. 2018. №6. С.13–20.
51. **Ивановский Р.И.** Некоторые аспекты разработки и использования стационарных фильтров в навигационных системах // *Гироскопия и навигация*. 2011. № 3. С. 102–114.
52. **Лопарев А.В., Степанов О.А., Челпанов И.Б.** Использование частотного подхода при синтезе нестационарных алгоритмов обработки навигационной информации // *Гироскопия и навигация*. 2011. №3. С. 115–132.
53. **Зиненко В.М.** Некоторые вопросы практического применения субоптимальных стационарных фильтров // *Гироскопия и навигация*. 2012. №2. С. 112–130.
54. **Степанов О.А., Блажнов Б.А., Кошаев Д.А.** Исследование эффективности использования спутниковых измерений при определении ускорения силы тяжести на летательном аппарате // *Гироскопия и навигация*. 2002. №3 (38). С. 33–47.
55. **Stepanov, O.A., Motorin, A.V., Koshaev, D.A., Sokolov, A.V., and Krasnov, A.A.**, Comparison of Stationary and Nonstationary Adaptive Filtering and Smoothing Algorithms for Gravity Anomaly Estimation on Board the Aircraft, *Proc. IAG Symposium on Terrestrial Gravimetry “Static and Mobile Measurements”*, 2016, pp. 53–60.
56. **Соколов А.В., Степанов О.А., Краснов А.А., Моторин А.В.** Сопоставление фильтров Винера и Калмана при решении задачи обработки результатов морской гравиметрической съемки // XXX Юбилейная Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. Санкт-Петербург, 2023. С. 62–68.
57. **Болотин Ю.В., Вязьмин В.С.** Методы l2 и минимаксного оценивания в задаче определения аномалии силы тяжести по данным аэрогравиметрии с использованием сферического вейвлет-разложения // *Гироскопия и навигация*. 2015. №3. С. 82–94.
58. **Краснов А.А., Соколов А.В.** Современный комплекс программно-математического обеспечения мобильного гравиметра «Чекан-АМ» // *Гироскопия и навигация*. 2015. Т. 89. №2.
59. **Jordan, S.K.**, Self-consistent Statistical Models for Gravity Anomaly and Undulation of the Geoid, *Journal of Geophysical Research*, 1972, 77(20), 2156–2202.
60. **Лопарев А.В.** Оптимизация алгоритмов измерения профиля морских волн: дис. ... канд. техн. наук. 05.13.01. СПб.: ГУАП, 2001.

61. Соколов А.В., Краснов А.А., Железняк Л.К. Методы повышения точности морского гравиметра // Гироскопия и навигация. 2019. Т. 27. №2. С. 70–81. DOI: 10.17285/0869-7035.2019.27.2.070-081.
62. Степанов О.А., Лопарев А.В., Челпанов И.Б. Частотно-временной подход к решению задач обработки навигационной информации // Автоматика и телемеханика. 2014. Вып. С. 132–153.
63. Stepanov, O.A., Koshaev, D. A., Motorin, A.V., Krasnov, A.A., and Sokolov, A.V. Algorithms for Integrated Processing of Marine Gravimeter Data and GNSS Measurements, *IFAC-PapersOnLine*, 2020, vol. 53, no. 2, pp. 500–505.
64. Соколов А.В., Моторин А.В., Степанов О.А., Кошаев Д.А., Краснов А.А. Результаты использования высокоточных спутниковых измерений для решения задачи морской гравиметрической съемки // XXVII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. Сборник материалов. 2020. С. 356–359.
65. Cai, S., Tie, J., Zhang, K., Cao, J., and Wu, M., Marine gravimetry using the strapdown gravimeter SGA-WZ, 2017, *Marine Geophysical Research*, vol. 38, no. 4, pp. 325–340, doi:10.1007/s11001-017-9312-9.
66. Wang, W., Gao, J., Li, D., Zhang, T., Luo, X., Wang, J., Measurements and Accuracy Evaluation of a Strapdown Marine Gravimeter Based on Inertial Navigation, *Sensors*, 2018; 18(11):3902, <https://doi.org/10.3390/s18113902>.
67. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов. Санкт-Петербург: БХВ-Петербург, 2011.
68. Fairhead, D.J. and Odegard, M.E., Advances in gravity survey resolution, *The Leading Edge*, 2002, 21: 36–37.
69. Devaraju, V. and Sneeuw, N., On the spatial resolution of homogeneous isotropic filters on the sphere, *VIII Hotine-Marussi Symposium on Mathematical Geodesy*, 2015, 67–73, https://doi.org/10.1007/1345_2015_5.
70. Jensen, T.E., Spatial resolution of airborne gravity estimates in Kalman filtering, *Journal of Geodetic Science*, 2022, 12(1), 185–194, <https://doi.org/10.1515/jogs-2022-0143>.
71. Степанов О.А., Исаев А.С. Методика сравнительного анализа рекуррентных алгоритмов нелинейных фильтрации в задачах обработки навигационной информации на основе предсказательно-го моделирования // Гироскопия и навигация. 2023. Том 31. №3 (122). С. 48–65.
72. Motorin, A.V., Stepanov, O.A., Designing an error model for navigation sensors using the Bayesian approach, *IEEE International Conference on Multisensor Fusion and Integration for Intelligent Systems*, 2015, pp. 54–58.
73. Моторин А.В., Степанов О.А., Кошаев Д.А. Идентификация параметров модели аномалии в задаче авиационной гравиметрии методами нелинейной фильтрации // Гироскопия и навигация. 2015. №3 (90). С. 95–101.
74. Motorin, A.V. and Nosov, A.S., Accuracy and sensitivity analysis for marine gravimetry algorithms in dependence of survey conditions, *Proceedings of the 2019 IEEE Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering*, 2019, doi: 10.1109/EIConRus.2019.8656640.

Sokolov, A.V., Stepanov, O.A., Motorin, A.V., and Krasnov, A.A. (Concern CSRI Elektropribor, JSC, ITMO University, St. Petersburg)

Comparison of Wiener and Kalman Approaches to Processing the Results of Marine Gravimetric Survey, *Гироскопия и Навигация*, 2024, vol. 32, no. 1 (124), pp. 15–40.

Abstract. The paper considers interrelation, distinctions and features of Kalman and Wiener algorithms for processing the results of marine scalar gravimetric survey. Their advantages and disadvantages in solving the filtering and smoothing problems are analyzed. The authors present and compare the results obtained with the use of various recursive filters in simulation and real data processing. The filters consistency and the need to identify the models of signals and noise are discussed.

Key words: gravimetric survey, Wiener filter, Kalman filter, filtering, smoothing, gravity anomaly, comparison, accuracy.

Материал поступил 11.03.2024