

Н. Н. ВАСИЛЮК, Г. А. НЕФЕДОВ, Е. А. СИДОРОВА, Н. О. ШАГИМУРАТОВА

АСТРОНОМИЧЕСКАЯ КАЛИБРОВКА БЕСПЛАТФОРМЕННОЙ АСТРОИНЕРЦИАЛЬНОЙ НАВИГАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ. ЧАСТЬ 1: КАЛИБРОВКА ОТНОСИТЕЛЬНОЙ ОРИЕНТАЦИИ ЦИФРОВЫХ КАМЕР

Под астрономической калибровкой понимается определение постоянной взаимной ориентации цифровых камер и инерциального модуля с использованием наземных наблюдений звезд. В первой части работы рассматривается калибровка ориентации всех камер относительно одной, выделенной. Калибруемый вектор содержит «полезные» параметры (три угла ориентации каждой камеры относительно выделенной) и «мешающие» (три угла ориентации выделенной камеры в связанной с Землей системой координат в момент получения каждого кадра). Система нелинейных уравнений для определения калибруемого вектора строится на разностях координат изображений распознанных звезд, которые вычисляются в плоскостях изображений отдельных камер для каждого отдельного кадра, а затем объединяются в общий вектор невязок. Атмосферная рефракция и скоростная абберация света учитываются при проецировании распознанных звезд, взятых из звездного каталога, на плоскость изображения. Перед решением системы уравнений для каждой камеры определяются элементы внутреннего ориентирования. Калибровка относительной ориентации реальных камер позволяет построить виртуальную камеру с расширенным полем зрения, благодаря чему заметно уменьшается погрешность определения ориентации по звездам. Приводится модель погрешностей виртуальной камеры, учитывающая погрешности астрономической калибровки. Результаты экспериментальной обработки показывают, что погрешность астрономической калибровки относительной ориентации камер не превышает 2" для каждого «полезного» параметра.

Ключевые слова: астродатчик, калибровка, бесплатформенная астроинерциальная навигационная система, рефракция, абберация, дисторсия, элементы внутреннего ориентирования.

Введение

Бесплатформенная астроинерциальная навигационная система (АИНС) состоит из оптико-электронного астровизирующего устройства (АВУ), инерциального измерительного модуля (ИИМ) и вычислительного устройства, собранных в единую кон-

Василюк Николай Николаевич. Кандидат физико-математических наук, заместитель главного конструктора, ООО «НПК Электрооптика» (Москва). ORCID 0000-0003-2317-8066.

Нефедов Григорий Андреевич. Начальник отдела, АО «Раменский приборостроительный завод» (Москва).

Сидорова Екатерина Алексеевна. Инженер-программист, АО «Раменский приборостроительный завод».

Шагимуратова Наталья Олеговна. Начальник сектора, АО «Раменский приборостроительный завод».

струкцию без движущихся частей. Вычислительное устройство определяет ориентацию АИНС относительно звезд по изображениям созвездий, получаемым от АБУ. В настоящей работе рассматривается АИНС для навигации относительно Земли, в которой измерения АБУ используются для коррекции непрерывно нарастающих погрешностей инерциального счисления траектории в бесплатформенной инерциальной навигационной системе (БИНС) [1, 2].

ИИМ измеряет проекции векторов абсолютной угловой скорости и кажущегося ускорения своего движения на косоугольные базисы, образованные тройками осей чувствительности гироскопов и акселерометров. Использование этих измерений для инерциального счисления траектории становится возможным после приведения двух косоугольных базисов к правой ортогональной приборной системе координат MF (Measurements Frame). Оси MF недоступны для непосредственного измерения, их направления задаются матрицами, получаемыми в результате калибровки ИИМ на поворотных стендах. Для ИИМ навигационного класса среднеквадратичная погрешность калибровки направлений осей чувствительности относительно MF составляет $3''$ для гироскопов и $15''$ для акселерометров [3]. ИИМ выполняет навигационные измерения с высокой частотой и при любых условиях движения, поэтому MF принимается за приборную систему координат АИНС в целом [4].

АБУ состоит из одной или нескольких цифровых камер, закрепленных на общем основании, специально спроектированных для наблюдения за звездами. По изображениям звезд, наблюдаемых каждой камерой в отдельности, вычисляются координаты направляющих векторов звезд относительно правой ортогональной системы координат CF (Camera Frame), связанной с конструкцией камеры. Оси CF для внешних измерителей задаются при помощи оптических отражающих кубиков, жестко закрепленных на корпусе камеры. Ориентация граней кубика относительно CF определяется на специальных калибровочных стендах со среднеквадратичной погрешностью около $2''$ [5–7].

Для АБУ, состоящего из одной камеры, погрешность определения поворота вокруг оптической оси камеры в несколько раз больше погрешности определения наклона оптической оси [8]. Попадание Солнца в поле зрения камеры делает невозможным наблюдение звезд, а значит, и определение ориентации. Применение двух камер устраняет при отсутствии Солнца различие в точности определения поворотов АБУ вокруг различных осей. При попадании Солнца в поле зрения одной камеры АБУ сохраняет способность определять свою ориентацию за счет второй. Добавление в конфигурацию третьей камеры устраняет обе проблемы: Солнце может попасть в поле зрения одной камеры, но две другие продолжают наблюдать звезды. Для этого необходимо, чтобы поля зрения трех камер не пересекались, а их оптические оси не лежали в одной плоскости [9].

Камеры в составе АБУ жестко связаны с конструкцией АИНС и синхронизированы с ее шкалой времени, поэтому АБУ можно рассматривать как некую виртуальную камеру со сложным пространственно-распределенным полем зрения. С виртуальной камерой связывается правая ортогональная система координат VF (Virtual Frame), относительно которой должны быть определены постоянные параметры ориентации CF каждой реальной камеры [10, 11]. Эти параметры позволяют преобразовать в VF направляющие векторы звезд, полученные в различных CF отдельных камер, и сформировать общий пучок направляющих векторов в единой системе координат, который считается результатом астрономических наблюдений, выполненных

виртуальной камерой. Распознавание звезд и вычисление ориентации виртуальной камеры выполняются из координат векторов внутри пучка. Чтобы воспользоваться ориентацией виртуальной камеры для коррекции погрешностей инерциальных числений, необходимо определить ориентацию VF относительно MF [12].

Определение ориентации VF относительно MF в составе АИНС по прямым измерениям ориентации оптических кубиков нежелательно. Такой подход требует резервирования пространственных объемов внутри конструкции АИНС под размещение кубиков и формирование трасс, вдоль которых будут наблюдаться грани этих кубиков. Ориентацию VF относительно MF следует определять в результате калибровки АИНС в сборе. АИНС состоит из датчиков, измеряющих воздействия различной физической природы – оптических и механических. Калибровку АИНС следует осуществлять при наличии обоих типов воздействий. С этой целью калибруемый образец АИНС должен поворачиваться относительно однозначно идентифицируемых точечных источников света с известными угловыми координатами, наблюдаемых каждой камерой АВУ, сфокусированной на бесконечность.

Грубую калибровку АИНС с погрешностью около $0,1^\circ$ можно выполнить на простых лабораторных стендах, где используются плоские контрастные изображения [13]. Повышение точности калибровки АИНС требует построения специальных лабораторных стендов, оснащенных поворотным столом и коллиматорами, выносящими точечные источники света в бесконечность [14–16]. Коллиматоры должны сохранять свою ориентацию относительно основания стенда с погрешностью в несколько угловых секунд в течение всей калибровочной процедуры. Если одновременно с АИНС калибруются элементы внутреннего ориентирования отдельных камер (фокусное расстояние, координаты главной точки изображения, коэффициенты дисторсии), повороты планшайбы стола относительно коллиматоров должны измеряться с погрешностью в несколько угловых секунд [17, 18].

Альтернативой высокоточным лабораторным стендам с искусственными источниками света является калибровка АИНС по звездам (астрономическая калибровка). Погрешность задания угловых координат звезд в современных звездных каталогах не превышает $0,01''$ [19]. При наблюдениях с поверхности Земли видимое место звезды колеблется случайным образом («дрожит») вблизи некоторого среднего направления, систематически смещенного относительно каталожного направления. Систематические смещения зависят от направления наблюдения и складываются из атмосферной рефракции порядка $0–70''$ и релятивистской аберрации света порядка $0–20''$. Они корректируются при помощи подходящих математических моделей [20, 21]. Случайные дрожания видимого направления априорными моделями не устраняются. Величина стандартного отклонения этого дрожания, оцененная в спокойной атмосфере по краю диска Солнца, составляет около $1–3''$ [22, 23].

Другим достоинством использования звезд в качестве калибровочных тест-объектов является их распределение по небесной сфере. Неподвижная камера с полем зрения в $10–15^\circ$ легко обнаруживает $10–50$ звезд на фоне ясного ночного неба. Технически очень сложно построить лабораторный стенд, в котором несколько связанных камер смогут одновременно наблюдать такое же количество точечных источников, определенных с погрешностью $1–3''$, при всех калибровочных поворотах АИНС.

В литературе в основном рассматриваются алгоритмы астрономической калибровки АИНС, основанные на обобщенном фильтре Калмана (ОФК), в которых калибру-

емые параметры ориентации VF относительно MF содержатся в векторе состояния ОФК. Фильтры различаются между собой только набором оцениваемых параметров, дополнительно включаемых в вектор состояния, и способом построения вектора наблюдения. Такие алгоритмы применяются для эксплуатационной калибровки АИНС в условиях космического полета, так как влияние атмосферы на измеренные координаты звезд в них явно не учитывается [24, 25]. Встречаются алгоритмы эксплуатационной калибровки АИНС, основанные на сравнении компонент вектора угловой скорости космического аппарата на участках интенсивного маневрирования, измеренных гироскопами ИИМ и вычисленных из астрономических измерений АБУ. Сравнение может выполняться как в реальном времени с использованием ОФК [26], так и в постобработке за счет решения задачи Вахбы по накопленным значениям вектора угловой скорости [27, 28]. Ориентация VF относительно MF может вычисляться как оптимальное преобразование поворота между двумя наборами синхронных значений ориентации, рассчитанных из измерений ИИМ и АБУ. Нарастающие погрешности инерциального счисления ориентации ИИМ при этом никак не учитываются [29].

В настоящей работе решается задача наземной калибровки АИНС с использованием простого опорно-поворотного устройства. Обработка калибровочных измерений выполняется пакетным способом, без привлечения ОФК, что позволяет избежать ограничений физической реализуемости (каузальности) ОФК и исключить анализ сходимости апостериорной оценки вектора состояния к установившемуся значению. Алгоритм калибровки формулируется для АИНС, в которой применяется ИИМ, откалиброванный отдельно: для него определены матрицы перекосов осей чувствительности относительно MF . Такой подход упрощает процедуру калибровки АИНС и сокращает число оцениваемых параметров. Работа состоит из двух частей.

В рамках рассматриваемой задачи калибровочное движение АИНС представляет собой последовательность статических положений, между которыми выполняются короткие калибровочные повороты. В статических положениях АИНС поворачивается относительно звезд за счет вращения Земли. Структура инерциальных и оптических измерений в АИНС позволяет разбить решение задачи на два последовательных этапа. На первом по калибровочным измерениям определяется ориентация отдельных камер относительно VF . Этот этап описывается в предлагаемой вниманию читателей первой части статьи и далее называется астрономической калибровкой АБУ.

На втором этапе по тем же самым измерениям определяется ориентация VF относительно MF (или ориентация АБУ относительно ИИМ). Этому будет посвящена вторая часть статьи.

1. Постановка задачи

1.1. Описание калибровочной процедуры

Астрономическая калибровка АИНС выполняется ясной звездной ночью за городом, в месте с известными географическими координатами: широтой B^{clb} , долготой L^{clb} и высотой H^{clb} . Шкала времени АИНС, относительно которой выполняются инерциальные и астрономические измерения, синхронизируется со шкалой времени UTC (SU).

Определение координат места калибровки и синхронизация шкалы времени могут быть выполнены при помощи приемника спутниковых навигационных сигналов

ГЛОНАСС. В этом случае погрешность позиционирования в горизонтальной плоскости в кодовом режиме составляет $\sigma_{GLN} = 2,5$ м, что эквивалентно погрешности географических координат $\sigma_B \approx \sigma_{GLN} / R_{\oplus} = 0,08''$ по широте и $\sigma_L \approx \sigma_{GLN} / (R_{\oplus} \cos B^{MSK}) = 0,15''$, где $B^{MSK} = 56^\circ N$ – широта Москвы, а $R_{\oplus} = 6371$ км – радиус Земли. Погрешность σ_{SNC} синхронизации шкалы времени АИНС со шкалой UTC(SU) должна быть не хуже $\sigma_{SNC} \leq 1$ мс, при этом погрешность расчета угла поворота Земли составит $\sigma_{\oplus} \leq \sigma_{SNC} \cdot 15''/c = 0,015''$. Указанные угловые погрешности малы по сравнению с другими погрешностями в калибруемой системе, и ими можно пренебречь.

Пример калибруемой конфигурации АИНС показан на рис. 1. В процессе калибровки на внешний носитель информации непрерывно записываются массивы кадров с изображениями звездного неба, получаемыми с помощью отдельных цифровых камер АВУ, и данные ИИМ. Массивы кадров нумеруются в порядке их поступления: $n = 1 \dots N$, где N – число массивов, полученных за все время выполнения калибровочной процедуры. Цифровые камеры в АВУ синхронизированы между собой, и в массив с порядковым номером n попадают кадры, привязанные к общему моменту времени t_{En} начала экспозиции всех камер. Промежуток времени между последовательными моментами t_{En} и t_{En+1} может изменяться. Инерциальные измерения выполняются ИИМ в эквидистантные моменты времени $t_{Ik} = t_{I0} + kT_{IMU}$, где T_{IMU} – постоянный период измерения ИИМ; t_{I0} – начальный момент времени; $k \geq 0$ – порядковый номер измерения ИИМ, отсчитанный от начального измерения в момент t_{I0} . Цифровые значения моментов времени t_{En} и t_{Ik} задаются в шкале времени UTC (SU).

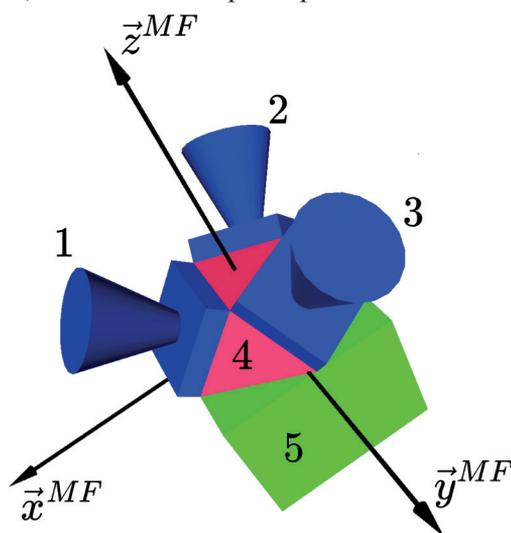


Рис. 1. Калибруемая конфигурация АИНС:
1, 2, 3 – цифровые камеры с блендами;
4 – основание АВУ; 5 – ИИМ

В процессе калибровки АИНС поворачивается в $p = 1 \dots P$ различных ориентаций, в которых удерживается неподвижно относительно Земли. Эти повороты нужны для калибровки ориентации АВУ относительно ИИМ, детально они будут рассмотрены во второй части статьи. Ориентация АИНС контролируется приближенно, измерения датчиков углов в осях опорно-поворотного устройства для обработки калибровочных измерений не используются. При поворотах АИНС продолжает работать и запись данных не выключается.

В процессе калибровки АИНС поворачивается в $p = 1 \dots P$ различных ориентаций, в которых удерживается неподвижно относительно Земли. Эти повороты нужны для калибровки ориентации АВУ относительно ИИМ, детально они будут рассмотрены во второй части статьи. Ориентация АИНС контролируется приближенно, измерения датчиков углов в осях опорно-поворотного устройства для обработки калибровочных измерений не используются. При поворотах АИНС продолжает работать и запись данных не выключается.

В каждом калибровочном положении АИНС устанавливается так, чтобы все цифровые камеры могли беспрепятственно наблюдать звезды. Атмосферная рефракция учитывается при помощи модели плоскопараллельной атмосферы, поэтому зенитные углы оптических осей отдельных камер в каждой ориентации не должны превышать 50° [20]. Для калибровки относительной ориентации камер в составе АВУ, рассматриваемой в первой части статьи, повороты АИНС необязательны, но полезны. Они увеличивают дисперсию погрешностей определения направлений на звезды за счет эффектов, связанных с изгибными деформациями АИНС и погрешностями алгоритмического учета рефракции и абберации. В модели погрешностей АВУ эти

эффекты явно не принимаются во внимание. Они учитываются косвенно, за счет увеличения дисперсий оценок калибруемых параметров.

1.2. Геометрическая конфигурация АБУ и калибруемые параметры

Ориентация различных систем координат задается при помощи углов, аналогичных по смыслу углам курса ψ (по часовой стрелке), тангажа ϑ , крена γ , с соответствующими матрицами поворотов:

$$\mathbf{R}_\psi(\alpha) = \begin{bmatrix} c_\alpha & s_\alpha & 0 \\ -s_\alpha & c_\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}_\vartheta(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_\alpha & -s_\alpha \\ 0 & s_\alpha & c_\alpha \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}_\gamma(\alpha) = \begin{bmatrix} c_\alpha & 0 & s_\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_\alpha & 0 & c_\alpha \end{bmatrix},$$

где $c_\alpha = \cos\alpha$, $s_\alpha = \sin\alpha$. Ортогональная матрица преобразования координат вектора из конечной системы координат $X2$ в начальную $X1$ имеет вид:

$$\mathbf{C}_{X1}^{X2} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix} = \mathbf{R}_\psi(\psi)\mathbf{R}_\vartheta(\vartheta)\mathbf{R}_\gamma(\gamma) = \begin{bmatrix} c_\gamma c_\psi + s_\gamma s_\psi s_\vartheta & c_\vartheta s_\psi & c_\psi s_\gamma - c_\gamma s_\psi s_\vartheta \\ c_\psi s_\gamma s_\vartheta - c_\gamma s_\psi & c_\psi c_\vartheta & -s_\gamma s_\psi - c_\gamma c_\psi s_\vartheta \\ -c_\vartheta s_\gamma & s_\vartheta & c_\gamma c_\vartheta \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Углы поворота из коэффициентов матрицы \mathbf{C}_{X1}^{X2} запишем следующим образом:

$$\vartheta = \arcsin c_{32},$$

$$\psi = \begin{cases} \arccos(c_{22} / \cos \vartheta), c_{12} \geq 0 \\ 2\pi - \arccos(c_{22} / \cos \vartheta), c_{12} < 0 \end{cases}, \quad \gamma = \begin{cases} \arccos(c_{33} / \cos \vartheta), c_{31} \leq 0 \\ -\arccos(c_{33} / \cos \vartheta), c_{31} > 0 \end{cases}. \quad (2)$$

АБУ состоит из $I \geq 1$ одинаковых цифровых камер. С каждой камерой с номером $i = 1 \dots I$ связана ее собственная система координат CF^i . Определение системы координат CF и модель измерений отдельной камеры полностью соответствуют описанию в [30]. Параметры ориентации отдельных камер относительно конструкции АБУ недоступны для прямых измерений. По наблюдениям звезд можно вычислить только ориентацию одной камеры относительно другой, поэтому в качестве VF выбирается CF^1 , а при калибровке рассчитываются углы $\alpha_\psi^i, \alpha_\vartheta^i, \alpha_\gamma^i$ ориентации остальных камер $i = 2 \dots I$ относительно камеры 1. Эти углы задают три последовательных поворота на углы, переводящие VF в CF^i . Углы ориентации CF^1 относительно VF $\alpha_\psi^1 = \alpha_\vartheta^1 = \alpha_\gamma^1 = 0$. Для сокращения обозначений тройку углов поворота запишем в векторной форме: $\boldsymbol{\alpha}^i = [\alpha_\psi^i \ \alpha_\vartheta^i \ \alpha_\gamma^i]^T$. Задача астрономической калибровки АБУ – определить $3(I-1)$ «полезных» параметров $\{\boldsymbol{\alpha}^i\}_{i=2}^I$.

Наблюдения звезд при астрономической калибровке выполняются с поверхности Земли, из-под толщии земной атмосферы. Атмосферная рефракция искажает видимый зенитный угол звезды и должна учитываться в процессе обработки калибровочных наблюдений. Для расчета зенитных углов наблюдаемых звезд необходимо определить ориентацию камеры относительно Земли. Поскольку непосредственно ее не измерить, эта ориентация вычисляется из калибровочных измерений.

Ориентации отдельных камер относительно Земли нельзя считать постоянными, так как калибровочная процедура подразумевает повороты АИНС на существенные

углы. В связи с этим по аналогии с [31] для каждого момента времени t_{En} определяются три угла $\boldsymbol{\psi}_n = [\psi_n \vartheta_n \gamma_n]^T$ ориентации VF относительно земной системы координат ENU (East–North–Up), привязанной к месту выполнения калибровки. Эти углы собираются в вектор $\boldsymbol{\Psi}_\Sigma = [(\boldsymbol{\Psi}_1)^T \dots (\boldsymbol{\Psi}_N)^T]^T$ «мешающих» параметров размерности $3N \times 1$.

Таким образом, в результате калибровки должно быть определено значение вектора $\mathbf{x} = [\boldsymbol{\Psi}_\Sigma^T \boldsymbol{\alpha}^{2T} \dots \boldsymbol{\alpha}^{IT}]^T$ размерности $M \times 1$, $M = 3(N + I - 1)$, состоящего из $M_I = 3N$ «мешающих» и $M_U = 3(I - 1)$ «полезных» параметров.

2. Предварительная обработка калибровочных измерений

2.1. Преобразование измеренных координат обнаруженных звезд

В каждом кадре, полученном камерой i и упакованном в массив n , обнаруживается и распознается R_n^i звезд. Общее количество звезд, распознанное за время выполнения калибровки во всех кадрах камеры i , составляет $R_\Sigma^i = \sum_{n=1}^N R_n^i$ во всех кадрах всех камер – $R_\Sigma = \sum_{i=1}^I R_\Sigma^i$. Звездам присваиваются порядковые номера $r^i = 1 \dots R_n^i$, и определяются растровые координаты $\{[\tilde{h}_{n,r^i}^i \tilde{w}_{n,r^i}^i]^T\}_{r^i=1}^{R_n^i}$ яркостных центров их изображений без коррекции дисторсии.

Преобразование растровых координат $\{[\tilde{h}_{n,r^i}^i \tilde{w}_{n,r^i}^i]^T\}_{r^i=1}^{R_n^i}$ в направляющие векторы звезд выполняется при помощи набора $\mathbf{p}^i = [F^i h_O^i w_O^i k_1^i k_2^i]^T$ элементов внутреннего ориентирования камеры, где F^i – фокусное расстояние, $[h_O^i w_O^i]^T$ – растровые координаты главной точки изображения (не путать с главной точкой объектива), k_1^i, k_2^i – коэффициенты радиальной дисторсии. Значения компонент вектора \mathbf{p}^i и их ковариационная матрица \mathbf{P}_{op}^i получаются в результате отдельной производственной калибровки камеры. Если R_Σ^i достаточно велико, то текущие значения элементов внутреннего ориентирования можно рассчитать непосредственно по обрабатываемым измерениям [31].

Для вычисления пучка направляющих векторов $\{\mathbf{s}_{CF^i n,r^i}^i\}_{r^i=1}^{R_n^i}$ обнаруженных звезд растровые координаты $\{[\tilde{h}_{n,r^i}^i \tilde{w}_{n,r^i}^i]^T\}_{r^i=1}^{R_n^i}$ сначала преобразуются в векторные координаты с коррекцией радиальной дисторсии:

$$\boldsymbol{\xi}_{n,r^i}^i \equiv \begin{bmatrix} x_{n,r^i}^i \\ y_{n,r^i}^i \end{bmatrix} = (1 + k_1^i |\boldsymbol{\xi}_{n,r^i}^i|^2 + k_2^i |\boldsymbol{\xi}_{n,r^i}^i|^4) \tilde{\boldsymbol{\xi}}_{n,r^i}^i,$$

где $\tilde{\boldsymbol{\xi}}_{n,r^i}^i = a[\tilde{h}_{n,r^i}^i - h_O^i \quad \tilde{w}_{n,r^i}^i - w_O^i]^T$ – векторные координаты без коррекции дисторсии; a – длина стороны квадратной ячейки матричного фотоприемника (МФП). Затем из преобразованных векторных координат вычисляются координаты направляющего вектора относительно CF^i :

$$\mathbf{s}_{CF^i n,r^i}^i = \frac{1}{(|\boldsymbol{\xi}_{n,r^i}^i|^2 + (F^i)^2)^{1/2}} \begin{bmatrix} -\boldsymbol{\xi}_{n,r^i}^i \\ F^i \end{bmatrix}.$$

2.2. Учет aberrации в координатах каталожных звезд

Для обработки астрономических наблюдений значение t_{En} необходимо привести к юлианским датам JD_n^{UT1} по шкале времени UT1 (Universal Time) и JD_n^{TT} по шкале времени TT (Terrestrial Time) [31]. Обнаруженная звезда r^i считается распознанной, если она соответствует записи в звездном каталоге (каталожная звезда), которая со-

держит угловые координаты и скорости их изменения, заданные в инерциальной небесной барицентрической системе координат *BCRS* (Barycentric Celestial Reference System) с началом в центре масс Солнечной системы. Угловые координаты позволяют рассчитать пучок направляющих векторов $\{\mathbf{b}_{BCRS\ n,r^i}^i\}_{r^i=1}^{R_n^i}$ распознанных звезд с декартовыми координатами относительно *BCRS* на момент времени JD_n^{TT} [19].

АВУ наблюдает звезды с поверхности Земли, вращающейся вокруг Солнца и вокруг своей оси. Релятивистская абберация света, возникающая при движении АВУ относительно *BCRS*, искажает видимые направления звезд. Величина этого искажения достигает $20''$, поэтому релятивистская абберация должна учитываться на этапе предварительной обработки калибровочных измерений за счет проецирования векторов $\mathbf{b}_{BCRS\ n,r^i}^i$ на инерциальную геоцентрическую небесную систему координат *GCRS* (Geocentric Celestial Reference System), движущуюся вместе с Землей в момент времени наблюдения JD_n^{TT} [21]:

$$\mathbf{g}_{GCRS\ n,r^i}^i = \left(1 + \frac{\mathbf{v}_{\oplus n}^T \mathbf{b}_{BCRS\ n,r^i}^i}{c} \right)^{-1} \left(\frac{\mathbf{b}_{BCRS\ n,r^i}^i}{\gamma_n} + \frac{\mathbf{v}_{\oplus n}}{c} + \frac{\gamma_n - 1}{\gamma_n} \frac{(\mathbf{v}_{\oplus n}^T \mathbf{b}_{BCRS\ n,r^i}^i) \mathbf{v}_{\oplus n}}{v_{\oplus n}^2} \right),$$

где $\mathbf{v}_{\oplus n}$ – вектор скорости центра масс Земли относительно *BCRS* на момент JD_n^{TT} , рассчитанный по земным эфемеридам; $v_{\oplus n} = |\mathbf{v}_{\oplus n}|$; $\gamma_n = (1 - v_{\oplus n}^2/c^2)^{-1/2}$; c – скорость света в вакууме. В направляющем векторе $\mathbf{g}_{GCRS\ n,r^i}^i$ звезды относительно *GCRS* учтено только орбитальное движение Земли. Абберация, вызванная суточным вращением Земли, и годичный параллакс звезд не учитываются, что дает погрешность преобразования координат не более $1''$ [21].

2.3. Учет атмосферной рефракции в координатах каталожных звезд

Атмосферная рефракция учитывается посредством внесения рефракционных искажений в каталожные векторы $\{\mathbf{g}_{GCRS\ n,r^i}^i\}_{r^i=1}^{R_n^i}$. Для этого каждый вектор $\mathbf{g}_{GCRS\ n,r^i}^i$ сначала проецируется на геоцентрическую систему координат *ITRS* (International Terrestrial Reference System), которая жестко связана с Землей и участвует в ее суточном вращении: $\mathbf{g}_{ITRS\ n,r^i}^i = \mathbf{S}_{ITRS\ n}^{GCRS} \mathbf{g}_{GCRS\ n,r^i}^i$. Матрица $\mathbf{S}_{ITRS\ n}^{GCRS}$ преобразования координат рассчитывается согласно методическим указаниям [32] на момент JD_n^{UT1} :

$$\mathbf{S}_{ITRS\ n}^{GCRS} = R_n^{pol} R_n^{rot} N_n^{nut} P_n^{prc},$$

где R_n^{pol} – матрица смещения мгновенного полюса Земли; R_n^{rot} – матрица суточного поворота Земли; N_n^{nut} , P_n^{prc} – матрицы нутации и прецессии. Для расчета матрицы R_n^{pol} требуются угловые координаты мгновенного полюса Земли x_p , y_p на момент времени JD_n^{UT1} , распространяемые в Бюллетене А Международной службы вращения Земли. На 03.10.2023 $x_p = 0,3003''$, $y_p = 0,3293''$.

Затем вектор $\mathbf{g}_{ITRS\ n,r^i}^i$ проецируется на *ENU* через матрицу \mathbf{S}_{ENU}^{ITRS} преобразования координат, рассчитанную для места выполнения калибровки:

$$\mathbf{g}_{ENU\ n,r^i}^i = \mathbf{S}_{ENU}^{ITRS} \mathbf{g}_{ITRS\ n,r^i}^i,$$

$$\mathbf{S}_{ENU}^{ITRS} = \begin{bmatrix} -\sin L^{clb} & \cos L^{clb} & 0 \\ -\sin B^{clb} \cos L^{clb} & -\sin B^{clb} \sin L^{clb} & \cos B^{clb} \\ \cos B^{clb} \cos L^{clb} & \cos B^{clb} \sin L^{clb} & \sin B^{clb} \end{bmatrix}.$$

Наконец, вектор $\mathbf{g}_{ENU\ n,r^i}^i$ искажается атмосферной рефракцией. В результате получается расчетный направляющий вектор $\mathbf{p}_{ENU\ n,r^i}^i$, под которым видна каталожная звезда r^i в месте выполнения калибровки:

$$\mathbf{p}_{ENU\ n,r^i}^i = \frac{(\mathbf{I}_3 - \mathbf{u}\mathbf{u}^T)\mathbf{g}_{ENU\ n,r^i}^i}{n(H^{clb})} + \mathbf{u} \left(1 - \frac{1 - (\mathbf{u}^T \mathbf{g}_{ENU\ n,r^i}^i)^2}{n(H^{clb})^2} \right)^{1/2},$$

где $\mathbf{u}^T = [0\ 0\ 1]^T$ – направление местной вертикали в ENU ; $n(H^{clb})$ – коэффициент преломления в плоскопараллельной модели стандартной атмосферы на высоте H^{clb} [20].

3. Вычисление калибруемых параметров

3.1. Система уравнений для калибруемых параметров

Матрица $\mathbf{S}_{ENU\ n}^{VF}$ ориентации VF относительно ENU и матрица $\mathbf{C}_{VF}^{CF^i}$ ориентации CF^i относительно VF вычисляются подстановкой $\boldsymbol{\psi}_n$ и $\boldsymbol{\alpha}^i$ в (1):

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_{ENU\ n}^{VF} &= \mathbf{R}_{\psi}(\boldsymbol{\psi}_n) \mathbf{R}_{\vartheta}(\vartheta_n) \mathbf{R}_{\gamma}(\gamma_n), \\ \mathbf{C}_{VF}^{CF^i} &= \mathbf{R}_{\psi}(\boldsymbol{\alpha}_{\psi}^i) \mathbf{R}_{\vartheta}(\boldsymbol{\alpha}_{\vartheta}^i) \mathbf{R}_{\gamma}(\boldsymbol{\alpha}_{\gamma}^i). \end{aligned} \quad (3)$$

Матрица $\mathbf{S}_{ENU\ n}^{CF^i} = \mathbf{S}_{ENU\ n}^{VF} \mathbf{C}_{VF}^{CF^i}$ ориентации камеры i относительно ENU проецирует вектор $\mathbf{p}_{ENU\ n,r^i}^i$ на CF^i :

$$\mathbf{p}_{n,r^i}^i \equiv [p_{x\ n,r^i}^i\ p_{y\ n,r^i}^i\ p_{z\ n,r^i}^i]^T = (\mathbf{S}_{ENU\ n}^{CF^i})^T \mathbf{p}_{ENU\ n,r^i}^i.$$

Из \mathbf{p}_{n,r^i}^i вычисляются векторные координаты каталожных звезд:

$$\hat{\boldsymbol{\xi}}_{n,r^i}^i(\boldsymbol{\psi}_n, \boldsymbol{\alpha}^i) = \begin{bmatrix} \hat{x}_{n,r^i}^i \\ \hat{y}_{n,r^i}^i \end{bmatrix} = -\frac{F^i}{p_{z\ n,r^i}^i} \begin{bmatrix} p_{x\ n,r^i}^i \\ p_{y\ n,r^i}^i \end{bmatrix}.$$

Из всех звезд, обнаруженных камерой i в момент t_{En}^i , составляется вектор невязок размерности $2R_n^i \times 1$:

$$\mathbf{f}_n^i(\boldsymbol{\psi}_n, \boldsymbol{\alpha}^i) \equiv \begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{\xi}}_{n,1}^i(\boldsymbol{\psi}_n, \boldsymbol{\alpha}^i) - \boldsymbol{\xi}_{n,1}^i \\ \vdots \\ \hat{\boldsymbol{\xi}}_{n,R_n^i}^i(\boldsymbol{\psi}_n, \boldsymbol{\alpha}^i) - \boldsymbol{\xi}_{n,R_n^i}^i \end{bmatrix}.$$

Невязки $\{\mathbf{f}_n^i(\boldsymbol{\psi}_n, \boldsymbol{\alpha}^i)\}_{n=1}^N$ объединяются в вектор размерности $2R_{\Sigma}^i \times 1$ по всем моментам времени:

$$\mathbf{f}^i(\boldsymbol{\psi}_{\Sigma}, \boldsymbol{\alpha}^i) \equiv [\mathbf{f}_1^i(\boldsymbol{\psi}_1, \boldsymbol{\alpha}^i)^T \dots \mathbf{f}_N^i(\boldsymbol{\psi}_N, \boldsymbol{\alpha}^i)^T]^T.$$

Объединение векторов невязок по всем камерам приводит к окончательной записи системы уравнений размерности $2R_{\Sigma} \times 1$ для нахождения калибруемых параметров:

$$\mathbf{o}_{2R_{\Sigma}} = \mathbf{f}_{\Sigma}(\mathbf{x}), \quad (4)$$

где $\mathbf{f}_{\Sigma}(\mathbf{x}) = [\mathbf{f}^1(\boldsymbol{\psi}_{\Sigma}, \boldsymbol{\alpha}^1)^T \dots \mathbf{f}^M(\boldsymbol{\psi}_{\Sigma}, \boldsymbol{\alpha}^M)^T]^T$; \mathbf{o}_M – вектор нулей размерности $M \times 1$.

3.2. Решение системы уравнений

Система уравнений (4) несовместна, так как содержит параметры, измеряемые с погрешностями. Приближенное решение этой системы находится итерационно нелинейным методом наименьших квадратов (МНК) [33]. Компоненты $[x_{M_f+3(i-2)+1,0} \ x_{M_f+3(i-2)+2,0} \ x_{M_f+3(i-2)+3,0}]^T$, $i = 2 \dots I$ начального значения \mathbf{x}_0 вектора калибруемых параметров, соответствующие углам α^i , инициализируются их номинальными значениями, заложенными при проектировании АВУ. Для инициализации компонент $[x_{3(n-1)+1,0} \ x_{3(n-1)+2,0} \ x_{3(n-1)+3,0}]^T$, соответствующих углам ψ_n , для каждого кадра $n = 1 \dots N$ камеры 1 решается задача Вахбы [34] между пучками векторов $\{\mathbf{p}_{n,r^1}^1\}_{r^1=1}^{R_n^1}$ и $\{\mathbf{s}_{CF^1 n,r^1}^1\}_{r^1=1}^{R_n^1}$. Решение сразу дает матрицу $\mathbf{S}_{ENU n}^{VF}$, из которой согласно (2) вычисляются начальные значения углов ψ_n .

Для нахождения оценки \mathbf{x}_j вектора калибруемых параметров на текущей итерации $j \geq 1$ выражение (4) линеаризуется в окрестности оценки \mathbf{x}_{j-1} , полученной на предыдущей итерации $j-1$:

$$\mathbf{o}_{2R_\Sigma} \approx \mathbf{f}_{\Sigma,j-1} + \mathbf{H}_{j-1} \delta \mathbf{x}_j, \quad (5)$$

где $\mathbf{f}_{\Sigma,j-1} = \mathbf{f}_{\Sigma}(\mathbf{x}_{j-1})$; $\delta \mathbf{x}_j$ – вектор поправок к оценке \mathbf{x}_{j-1} ; $\mathbf{H}_{j-1} = [\mathbf{h}_{1,j-1} \dots \mathbf{h}_{M,j-1}]$ – матрица Якоби для функции $\mathbf{f}_{\Sigma}(\mathbf{x})$ в точке \mathbf{x}_{j-1} ; $\mathbf{h}_{m,j-1}$ – столбец с номером $m = 1 \dots M$ матрицы Якоби:

$$\mathbf{h}_{m,j-1} = \frac{\mathbf{f}_{\Sigma}(\mathbf{x}_{j-1} + 0.5d\mathbf{x}_m) - \mathbf{f}_{\Sigma}(\mathbf{x}_{j-1} - 0.5d\mathbf{x}_m)}{dx}$$

Здесь $d\mathbf{x}_m = [0 \ 0 \dots \overset{1}{dx} \dots \overset{m}{dx} \dots 0]$ – приращение для вычисления частной производной по координате с номером m ; dx – шаг численного дифференцирования. Оценка \mathbf{x}_j рассчитывается из (5) линейным МНК:

$$\mathbf{x}_j = \mathbf{x}_{j-1} + \delta \mathbf{x}_j, \quad \delta \mathbf{x}_j = -(\mathbf{H}_{j-1}^T \mathbf{H}_{j-1})^{-1} \mathbf{H}_{j-1}^T \mathbf{f}_{\Sigma,j-1}$$

Итерационный процесс прекращается на итерации с номером J , для которой $|\delta \mathbf{x}_j| = (\delta \mathbf{x}_j^T \delta \mathbf{x}_j)^{1/2} \leq tr$, где $tr = 10^{-9}$ радиан или 2×10^{-4} угл. сек – малый предустановленный порог завершения итерационного процесса. Значение $\mathbf{f}_{\Sigma,J}$ используется для расчета ковариационной матрицы оценки \mathbf{x}_j :

$$\mathbf{P}_x = \|\| p_{q,s} \|\|_{q,s=1}^M = \frac{\mathbf{f}_{\Sigma,J}^T \mathbf{f}_{\Sigma,J}}{2R_\Sigma} (\mathbf{H}_J^T \mathbf{H}_J)^{-1}$$

Результатом калибровки являются «полезные» компоненты вектора \mathbf{x}_j

$$\alpha^i = [x_{M_f+3(i-2)+1,J} \ x_{M_f+3(i-2)+2,J} \ x_{M_f+3(i-2)+3,J}]^T$$

и соответствующие им диагональные блоки 3×3 ковариационной матрицы \mathbf{P}_x

$$\mathbf{P}_\alpha^i = \begin{bmatrix} \sigma_{\alpha\psi i}^2 & * & * \\ * & \sigma_{\alpha\theta i}^2 & * \\ * & * & \sigma_{\alpha\varphi i}^2 \end{bmatrix} = \|\| p_{M_f+3(i-2)+q, M_f+3(i-2)+s} \|\|_{q,s=1}^3,$$

где $\sigma_{\alpha\psi i}^2$, $\sigma_{\alpha\theta i}^2$, $\sigma_{\alpha\varphi i}^2$ – дисперсии значений углов в векторе α^i , описываемые числами порядка 10^{-11} ; «*» – элементы матрицы, не имеющие специального обозначения и обозначаемые числами порядка $10^{-12} \dots 10^{-11}$. Элементы матрицы \mathbf{P}_x , описывающие

перекрестные корреляционные связи между векторами α^i с различными значениями i , выражаются числами порядка $10^{-14} \dots 10^{-13}$. Далее эти элементы считаются малыми и в расчетах не учитываются.

4. Модель погрешностей АВУ

В [30] была построена модель погрешностей астродатчика с одной цифровой камерой. В настоящей работе эта модель обобщается для АВУ, рассматриваемого как виртуальная камера со сложным полем зрения благодаря наличию нескольких реальных цифровых камер. Ориентация АВУ, измеренная при помощи виртуальной камеры в текущий момент времени, определяется только по синхронным изображениям звездного неба, полученным реальными камерами в этот же момент времени.

Пусть в текущий момент времени из изображения, полученного камерой $i = 1 \dots I$, выделен массив $\{\mathbf{s}_{CF^i, r^i}^i\}_{r^i=1}^{R^i}$ направляющих векторов распознанных звезд. Для каждого направляющего вектора с номером $r^i = 1 \dots R^i$ можно записать вектор погрешностей в форме [30, формула (9)]

$$\delta \tilde{\mathbf{s}}_{CF^i, r^i}^i = \frac{\mathbf{I}_3 - \mathbf{s}_{CF^i, r^i}^i (\mathbf{s}_{CF^i, r^i}^i)^\top}{((x_{r^i}^i)^2 + (y_{r^i}^i)^2 + (F^i)^2)^{1/2}} (\mathbf{G}_1^{r^i} \delta \boldsymbol{\eta}_{ns}^{r^i} + \mathbf{G}_2^{r^i} \delta \boldsymbol{\varphi}^{r^i} + \mathbf{G}_3^{r^i} \delta \mathbf{p}^i),$$

где $[x_{r^i}^i, y_{r^i}^i]^\top$ – векторные координаты яркостного центра изображения звезды; F^i – фокусное расстояние объектива; $\delta \boldsymbol{\varphi}^{r^i}$ – вектор флуктуаций (с ковариационной матрицей $\sigma_{sh}^2 \mathbf{I}_2$) угловых координат звезды в турбулентной атмосфере; σ_{sh}^2 – дисперсия флуктуаций каждой координаты в дельности; $\delta \boldsymbol{\eta}_{ns}^{r^i}$ – вектор погрешностей (с ковариационной матрицей $\mathbf{P}_{ns}^{r^i}$) определения векторных координат звезды; $\delta \mathbf{p}^i$ – вектор погрешностей (с ковариационной матрицей \mathbf{P}_{sp}^i) калибровки элементов внутреннего ориентирования камеры i ; $\mathbf{G}_1^{r^i}$, $\mathbf{G}_2^{r^i}$, $\mathbf{G}_3^{r^i}$ – матрицы распределения погрешностей, вносимых компонентами модели измерений компонент направляющего вектора звезды, определенные в [30, формула (9)]. Наличие у АВУ системы координат VF не влияет на форму записи выражения для $\delta \tilde{\mathbf{s}}_{CF^i, r^i}^i$.

Матрица $\mathbf{C}_{VF}^{CF^i}$ ориентации камеры i вычисляется из результатов калибровки α^i с погрешностью $\delta \alpha^i$:

$$\mathbf{C}_{VF}^{CF^i} = \tilde{\mathbf{C}}_{VF}^{CF^i} (\mathbf{I}_3 + [\delta \alpha^i \times]),$$

где $\tilde{\mathbf{C}}_{VF}^{CF^i}$ – истинная матрица проецирования; $[\delta \alpha^i \times]$ – кососимметричная матрица, собираемая из компонент вектора $\delta \alpha^i$ при подстановке его с левой стороны в векторное произведение вида $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = [\mathbf{a} \times] \mathbf{b}$,

$$[\mathbf{a} \times] = \begin{bmatrix} 0 & -a_z & a_y \\ a_z & 0 & -a_x \\ -a_y & a_x & 0 \end{bmatrix}.$$

В виртуальной камере формируется объединенный пучок векторов $\{\mathbf{s}_{VF, r}^i\}_{r=1}^{R^{tot}}$ путем проецирования всех векторов $\{\{\mathbf{s}_{CF^i, r^i}^i\}_{r^i=1}^{R^i}\}_{i=1}^I$ на VF :

$$\mathbf{s}_{VF, r} = \mathbf{C}_{VF}^{CF^i} \mathbf{s}_{CF^i, r^i}^i = \tilde{\mathbf{C}}_{VF}^{CF^i} \tilde{\mathbf{s}}_{CF^i, r^i}^i + \tilde{\mathbf{C}}_{VF}^{CF^i} (\delta \tilde{\mathbf{s}}_{CF^i, r^i}^i - [\tilde{\mathbf{s}}_{CF^i, r^i}^i \times] \delta \alpha^i),$$

где $R^{tot} = \sum_{i=1}^I R^i$ – общее число звезд, обнаруженных и распознанных всеми камерами в текущий момент времени; $r = r^i + \sum_{q=1}^{i-1} R^q$ – порядковый номер звезды r^i в общем пучке. Отсюда видно, что при переходе от реальной камеры к виртуальной к вектору $\delta \tilde{\mathbf{s}}_{CF^i r^i}^i$ добавляется новое слагаемое, связанное с погрешностью калибровки ориентации реальной камеры относительно VF . Для учета этой добавки введем эффективную погрешность определения направляющего вектора звезды отдельной камерой в составе АБУ, которая учитывает наличие у АБУ системы координат VF :

$$\delta \mathbf{s}_{CF^i r^i}^i = \begin{cases} \delta \tilde{\mathbf{s}}_{CF^i r^i}^i, & i = 1; \\ \delta \tilde{\mathbf{s}}_{CF^i r^i}^i - [\tilde{\mathbf{s}}_{CF^i r^i}^i \times] \delta \boldsymbol{\alpha}^i, & i = 2 \dots I. \end{cases}$$

Выражение для погрешности АБУ [30, формула (10)], записанное для вектора погрешности астродатчика с одной камерой, на случай I связанных камер обобщает равенство

$$\boldsymbol{\theta} = -\mathbf{K} \sum_{i=1}^I \mathbf{C}_{VF}^{CF^i} \sum_{r^i=1}^{R^i} [\mathbf{s}_{CF^i r^i}^i \times] \delta \mathbf{s}_{CF^i r^i}^i = \boldsymbol{\varepsilon} + \mathbf{b}_{int} + \mathbf{b}_{att},$$

где \mathbf{K} – матричный коэффициент размерности 3×3 , вычисляемый по пучку векторов $\{\mathbf{s}_{VF r}^i\}_{r=1}^{R^{tot}}$; $\boldsymbol{\varepsilon} = -\mathbf{K} \sum_{i=1}^I \mathbf{C}_{VF}^{CF^i} \boldsymbol{\varepsilon}^i$ – флуктуационная погрешность АБУ, складывающаяся из флуктуационных погрешностей $\{\boldsymbol{\varepsilon}^i\}_{i=1}^I$ (с ковариационными матрицами $\{\mathbf{P}_{\boldsymbol{\varepsilon}^i}\}_{i=1}^I$) в отдельных камерах:

$$\boldsymbol{\varepsilon}^i = \sum_{r^i=1}^{R^i} \frac{[\mathbf{s}_{CF^i r^i}^i \times] (\mathbf{G}_1^{r^i} \delta \boldsymbol{\eta}_{ns}^{r^i} + \mathbf{G}_2^{r^i} \delta \boldsymbol{\varphi}^{r^i})}{((x_{r^i}^i)^2 + (y_{r^i}^i)^2 + (F^i)^2)^{1/2}},$$

$$\mathbf{P}_{\boldsymbol{\varepsilon}^i} \equiv \text{cov}\{\boldsymbol{\varepsilon}^i\} = -\sum_{r^i=1}^{R^i} \frac{[\mathbf{s}_{CF^i r^i}^i \times] (\mathbf{G}_1^{r^i} \mathbf{P}_{ns}^{r^i} \mathbf{G}_1^{r^i T} + \sigma_{sh}^2 \mathbf{G}_2^{r^i} \mathbf{G}_2^{r^i T}) [\mathbf{s}_{CF^i r^i}^i \times]}{(x_{r^i}^i)^2 + (y_{r^i}^i)^2 + (F^i)^2}.$$

$\mathbf{b}_{int} = -\mathbf{K} \sum_{i=1}^I \mathbf{C}_{VF}^{CF^i} \mathbf{b}_{int}^i$ – систематическая погрешность АБУ, состоящая из систематических погрешностей $\{\mathbf{b}_{int}^i\}_{i=1}^I$ (с ковариационными матрицами $\{\mathbf{P}_{\mathbf{b}_{int}^i}\}_{i=1}^I$), в которых учтены погрешности калибровки элементов внутреннего ориентирования отдельных камер:

$$\mathbf{b}_{int}^i = \sum_{r^i=1}^{R^i} \frac{[\mathbf{s}_{CF^i r^i}^i \times] \mathbf{G}_3^{r^i} \delta \mathbf{p}^i}{((x_{r^i}^i)^2 + (y_{r^i}^i)^2 + (F^i)^2)^{1/2}}, \quad \mathbf{P}_{\mathbf{b}_{int}^i} \equiv \text{cov}\{\mathbf{b}_{int}^i\} = -\sum_{r^i=1}^{R^i} \frac{[\mathbf{s}_{CF^i r^i}^i \times] \mathbf{G}_3^{r^i} \mathbf{P}_{\delta \mathbf{p}}^i \mathbf{G}_3^{r^i T} [\mathbf{s}_{CF^i r^i}^i \times]}{(x_{r^i}^i)^2 + (y_{r^i}^i)^2 + (F^i)^2}.$$

$\mathbf{b}_{att} = -\mathbf{K} \sum_{i=2}^I \mathbf{C}_{VF}^{CF^i} \mathbf{b}_{att}^i$ – систематическая погрешность АБУ, складывающаяся из систематических погрешностей $\{\mathbf{b}_{att}^i\}_{i=1}^I$ (с ковариационными матрицами $\{\mathbf{P}_{\mathbf{b}_{att}^i}\}_{i=1}^I$), в которых учтены погрешности калибровки относительной ориентации камер в составе АБУ:

$$\mathbf{b}_{att}^i = -\sum_{r^i=1}^{R^i} \frac{[\mathbf{s}_{CF^i r^i}^i \times]^2 \delta \boldsymbol{\alpha}^i}{((x_{r^i}^i)^2 + (y_{r^i}^i)^2 + (F^i)^2)^{1/2}},$$

$$\mathbf{P}_{\mathbf{b}_{att}^i} \equiv \text{cov}\{\mathbf{b}_{att}^i\} = \sum_{r^i=1}^{R^i} \frac{[\mathbf{s}_{CF^i r^i}^i \times]^2 \mathbf{P}_{\boldsymbol{\alpha}}^i [\mathbf{s}_{CF^i r^i}^i \times]^2}{((x_{r^i}^i)^2 + (y_{r^i}^i)^2 + (F^i)^2)^{1/2}}.$$

\mathbf{P}_0 – ковариационная матрица погрешности измерения ориентации при помощи АБУ с несколькими камерами:

$$\mathbf{P}_0 = \mathbf{K} \left(\sum_{i=1}^I \mathbf{C}_{VF}^{CF^i} [\mathbf{P}_{\boldsymbol{\varepsilon}^i} + \mathbf{P}_{\mathbf{b}_{int}^i} + \mathbf{P}_{\mathbf{b}_{att}^i}] (\mathbf{C}_{VF}^{CF^i})^T \right) \mathbf{K}. \quad (6)$$

5. Экспериментальные результаты

Для экспериментальной проверки алгоритма использовалось АБУ с $I = 3$ одинаковыми цифровыми камерами с номинальным фокусным расстоянием $F = 106$ мм и размером пикселя $a = 6,9$ мкм (угловой размер пикселя $a/F = 13,4''$). В калибровочном сеансе продолжительностью около 30 мин отдельные камеры обнаружили и распознали $R_{\Sigma}^1 = 3265$, $R_{\Sigma}^2 = 1731$, $R_{\Sigma}^3 = 2681$ звезд со звездными величинами в диапазоне от 1,65 до 10,62. Общее число распознанных звезд во всех камерах $R_{\Sigma} = 7677$.

Распознанные звезды сначала использовались для калибровки элементов внутреннего ориентирования каждой камеры в отдельности согласно методике [31]. Графики остаточных невязок, рассчитанные в плоскости изображения каждой камеры после калибровки, показаны на рис. 2, а. Остаточная невязка вычислялась для каждой распознанной звезды как расстояние между яркостным центром ее изображения (после коррекции дисторсии) и проекцией каталожного направляющего вектора этой звезды на фоточувствительную поверхность МФП.

Затем те же самые распознанные звезды и откалиброванные элементы внутреннего ориентирования применялись для калибровки относительной ориентации камер в составе АБУ. Показателем качества калибровки, как и в предыдущем случае, выбраны расстояния между яркостными центрами изображений звезд с номерами $r = 1 \dots R_{\Sigma}$ и проекциями их каталожных направляющих векторов на фоточувствительные поверхности соответствующих МФП:

$$d_r = \sqrt{\mathbf{f}_{\Sigma, J}(2r-1)^2 + \mathbf{f}_{\Sigma, J}(2r)^2} / a, \text{ [пиксели]},$$

где $\mathbf{f}_{\Sigma, J}(k)$ – скалярная компонента с номером $k = 1 \dots 2R_{\Sigma}$ в векторе $\mathbf{f}_{\Sigma, J}$ размерности $2R_{\Sigma} \times 1$. Значения d_r для фиксированного числа итераций $J = 10$ показаны на рис. 2, б. Величина d_r есть не что иное, как невязка для распознанной звезды r , оставшаяся после калибровки относительной ориентации камер. Из рис. 2, а и б видно, что остаточная невязка калибровки относительной ориентации камер в составе АБУ ограничена остаточной невязкой калибровки элементов внутреннего ориентирования каждой камеры в отдельности.

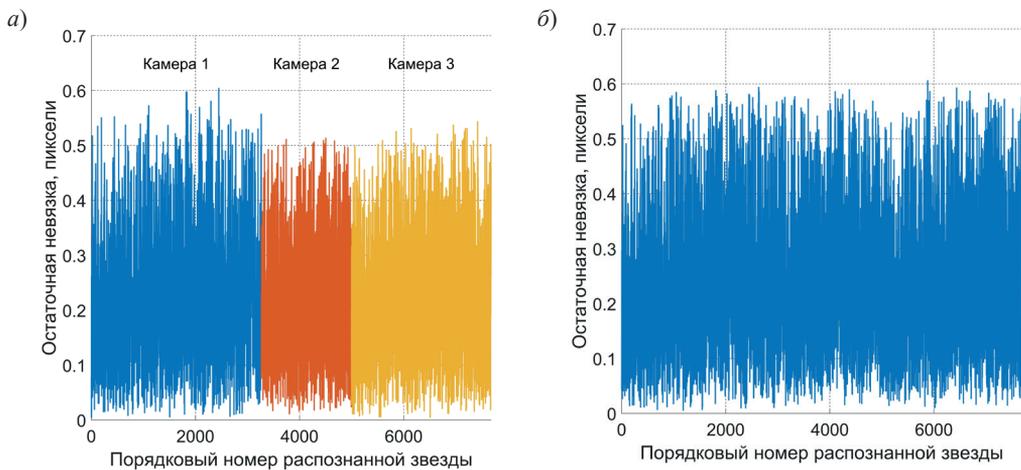


Рис. 2. Остаточные невязки после выполнения калибровок:

- а) остаточные невязки после калибровки элементов внутреннего ориентирования отдельных камер;
- б) остаточные невязки после калибровки относительной ориентации камер в составе АБУ

Значения среднеквадратичных отклонений (СКО) углов относительной ориентации камер, вычисленные после астрономической калибровки АБУ из соответствующих диагональных элементов матриц \mathbf{P}_a^i , $i = 2, 3$, приведены в таблице. Видно, что в одном сеансе углы относительной ориентации камер калибруются с СКО не более 2".

Т а б л и ц а

Результаты астрономической калибровки АБУ

i	$\sigma_{\alpha_{\psi i}}$	$\sigma_{\alpha_{\vartheta i}}$	$\sigma_{\alpha_{\gamma i}}$
2	0,8"	0,8"	0,2"
3	1,6"	0,1"	1,2"

Откалиброванное АБУ может определять ориентацию VF в момент t_{En} по наблюдениям как каждой камеры в отдельности, так и любой пары камер и всех трех камер. Погрешности определения ориентации для одинакового количества звезд $R = 4 \dots 17$, наблюдаемых различными конфигурациями камер, можно продемонстрировать на обработанных калибровочных измерениях.

Для демонстрации погрешностей определения ориентации АБУ одной камерой с номером $i = 1, 2, 3$ в каждом кадре, полученном в момент t_{En} , выбирается R ярчайших звезд. Направляющие векторы этих звезд, определенные в CF^i , проецируются на VF при помощи матрицы $\mathbf{C}_{VF}^{CF^i}$, рассчитанной на основе калиброванных углов α^i . Для наборов проецированных векторов решается задача Вахбы и определяется расчетная матрица ориентации $\mathbf{S}_{ENU_n}^{VF \{i\}}(R)$ по одной камере.

Для демонстрации погрешностей определения ориентации по нескольким камерам по отдельности рассматриваются двойные $\{1,2\}$, $\{1,3\}$, $\{2,3\}$ и тройная конфигурации камер $\{1,2,3\}$. Все звезды, обнаруженные в кадрах, полученных в момент t_{En} каждой камерой из рассматриваемой конфигурации, объединяются в общий массив, который ранжируется в порядке убывания яркости звезд (в порядке возрастания звездной величины). Из ранжированного массива выбираются первые R звезд – ярчайшие среди всех обнаруженных при помощи рассматриваемой конфигурации камер. В случае нескольких камер R – это количество звезд, выбранных для всех камер рассматриваемой конфигурации, а не для каждой в отдельности. Направляющие векторы этих звезд проецируются на VF . Для наборов векторов решаются задачи Вахбы и получаются три расчетные матрицы ориентации $\mathbf{S}_{ENU_n}^{VF \{1,2\}}(R)$, $\mathbf{S}_{ENU_n}^{VF \{1,3\}}(R)$, $\mathbf{S}_{ENU_n}^{VF \{2,3\}}(R)$ по двойным конфигурациям $\{1,2\}$, $\{1,3\}$, $\{2,3\}$ и матрица ориентации $\mathbf{S}_{ENU_n}^{VF \{1,2,3\}}(R)$ по тройной конфигурации $\{1,2,3\}$.

В вектор калибруемых параметров входят три угла $\boldsymbol{\psi}_n = [\psi_n \ \vartheta_n \ \gamma_n]^T$ ориентации VF для каждого момента времени t_{En} . Значения этих углов, определенные с СКО порядка 1", для демонстрационных целей можно принять за истинные и вычислить «истинную» матрицу $\tilde{\mathbf{S}}_{ENU_n}^{VF}$ ориентации VF относительно ENU согласно (3). Угловая погрешность $\theta_n^{iX}(R)$ определения ориентации АБУ относительно ENU по R ярчайшим звездам в момент времени t_n имеет вид:

$$\theta_n^X(R) = \arccos\left(0,5[\operatorname{tr}(\mathbf{S}_{ENU_n}^{VF X}(R)^T \tilde{\mathbf{S}}_{ENU_n}^{VF}) - 1]\right),$$

$$X = \{1\}; \{2\}; \{3\}; \{1,2\}; \{1,3\}; \{2,3\}; \{1,2,3\}.$$

Математическое ожидание угловой погрешности $\theta^X(R)$ для различных R предполагается равным нулю. Ввиду этого оценка $\sigma^X(R)$ среднеквадратичного отклонения угловой погрешности рассчитывается усреднением по всем обработанным кадрам без вычисления оценки математического ожидания:

$$\sigma^X(R) = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^N (\theta_n^{\{X\}}(R))^2}{N}}.$$

На рис. 3 показаны графики расчета погрешностей ориентации АБУ для одинакового количества звезд, наблюдаемых различными конфигураций камер. В однокамерной конфигурации R звезд наблюдаются каждой камерой в отдельности. В двойной и тройной конфигурациях R – это общее число звезд, наблюдаемых двумя и тремя камерами. Из этих графиков видно, что добавление второй камеры существенно уменьшает погрешность определения ориентации. Погрешности определения ориентации для двух и трех камер при одинаковом количестве звезд мало отличаются друг от друга. В трехкамерной конфигурации возможны случаи, когда R ярчайших звезд (среди всех звезд, обнаруженных тремя камерами) сосредоточены в полях зрения только двух камер. В этих случаях тройная конфигурация, по сути, превращается в двойную. Если R ярчайших звезд распределены по полям зрения трех камер, то в тройной конфигурации возникает незначительное улучшение погрешности по сравнению с двойной конфигурацией.

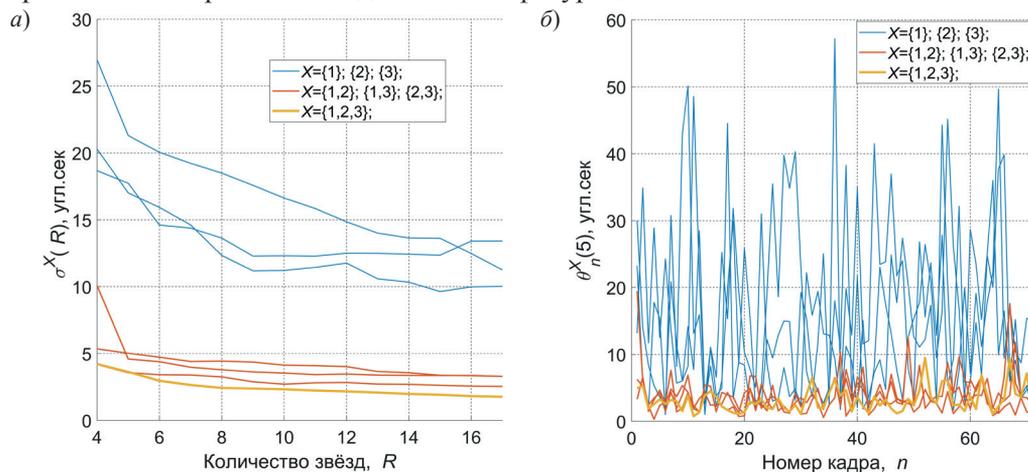


Рис. 3. Погрешности определения ориентации АБУ при различных конфигурациях камер:

а) среднеквадратичные погрешности для различного количества $R = 4 \dots 17$ звезд;

б) погрешности для $R = 5$ в различных кадрах

Заключение

Если АБУ составлено из цифровых камер, способных устойчиво обнаруживать изображения звезды до 10-й звездной величины включительно, то астрономическая калибровка относительной ориентации камер не требует специальных калибровочных стендов. Калибровочные наблюдения звезд могут быть выполнены даже на неподвижном основании – в этом случае камеры перемещаются относительно наблюдаемых звезд за счет суточного вращения Земли. Для обработки калибровочных наблюдений необходимо, чтобы камеры экспонировались синхронно, а цифровые

значения моментов начала экспозиции присваивались по шкале времени UTC (SU). Шкалу времени и координаты места выполнения калибровки можно получить от приемника сигналов спутниковой системы ГЛОНАСС, работающего в кодовом режиме. При соблюдении этих условий среднеквадратичная погрешность калибровки углов ориентации камер не превосходит 2" для углового размера пикселя 13,4".

Калибровочные повороты АБУ необходимы для определения его ориентации относительно измерительного базиса ИИМ. С точки зрения астрономической калибровки относительной ориентации камер эти повороты необязательны, но полезны. Они увеличивают вариации калибровочных измерений, выполненных АБУ, за счет различных паразитных эффектов. Среди паразитных эффектов присутствуют погрешности алгоритмической коррекции атмосферной рефракции и скоростной аберрации света в различных направлениях наблюдения и изгибные деформации АИНС при разных ориентациях. Паразитные эффекты не учитываются в модели измерений АБУ в явном виде, но увеличивают остаточную невязку системы калибровочных уравнений за счет большей вариации первичных калибровочных измерений. Т.е. паразитные эффекты учитываются в результатах калибровки АБУ косвенно, за счет повышения расчетных значений дисперсии оценок явно калибруемых параметров.

Малые погрешности калибровки относительной ориентации камер позволяют приводить к общему базису астрономические наблюдения, выполненные отдельными камерами. Наблюдения, выполненные посредством нескольких реальных камер, можно рассматривать как виртуальные – полученные одной виртуальной камерой с увеличенным полем зрения. Виртуальные наблюдения позволяют распознавать обнаруженные звезды в условиях, когда каждая реальная камера в отдельности наблюдает их недостаточное количество. При одинаковом числе распознанных звезд погрешность определения ориентации с помощью калиброванного АБУ оказывается заметно меньше (в 5-7 раз), чем с помощью одной камеры, за счет возможности наблюдать звезды с большими угловыми расстояниями.

Важной особенностью рассмотренного алгоритма астрономической калибровки АБУ является учет рефракции и аберрации света в форме нелинейных преобразований направляющих векторов каталожных звезд при их проецировании на фоточувствительную плоскость МФП. Эти преобразования построены на относительно простых моделях, учитывающих ограниченное количество физических эффектов. Так, при учете рефракции не принимается во внимание влажность воздуха в точке наблюдения, а при учете аберрации – добавка к скорости движения наблюдателя, связанная с суточным вращением Земли. Учет этих факторов, а также прочих макроскопических атмосферных эффектов, возможно, позволит улучшить качество астрономической калибровки АБУ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Аванесов Г.А., Бессонов Р.В., Куркина А.Н., Мысник Е.А., Лискив А.С., Людомирский М.Б., Каютин И.С., Ямщиков Н.Е. Разработка автономной бесплатформенной астроинерциальной навигационной системы // XIX Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам: сборник трудов. СПб.: ЦНИИ «Электронприбор», 2012. С. 147–162. EDN SHEBIB.
2. Аванесов Г.А., Бессонов Р.В., Куркина А.Н., Людомирский М.Б., Каютин И.С., Ямщиков Н.Е. Автономные бесплатформенные астроинерциальные навигационные системы: принципы построения, режимы работы и опыт эксплуатации // Гироскопия и навигация. 2013. № 3(82). С. 91–110. EDN RCLGGH.

3. Козлов А.В., Парусников Н.А., Вавилова Н.Б., Тарьгин И.Е., Голован А.А. Динамическая стендовая калибровка бескарданных инерциальных навигационных систем в сборе // Известия ЮФУ. Технические науки. 2018. № 1(195). С. 241–257. DOI 10.23683/2311-3103-2018-1-241-257. EDN OSAWTV.
4. Аванесов Г.А., Бессонов Р.В., Брысин Н.Н., Куркина А.Н., Лискив А.С., Людомирский М.Б., Каютин И.С., Ямщиков Н.Е., Гаврилов А.Л., Гульцов С.В., Степанов Ю.В. Астроинерциальная навигационная система // Механика, управление и информатика (см. в книгах). 2015. Том 7. № 2 (55). С. 21–37. EDN TLOJLZ.
5. Федосеев В.И., Колосов М.П. Оптико-электронные приборы ориентации и навигации космических аппаратов: учебное пособие для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению «Оптотехника» и специальности «Оптико-электронные приборы и системы». М.: Логос, 2007. 247 с. EDN QNUUAZ.
6. Строилов Н.А., Никитин А.В., Куркина А.Н., Бессонов Р.В. Стенд взаимной калибровки. Оценка погрешностей измерений матриц перехода между системами координат звездного датчика // 5-я Всероссийская научно-техническая конференция «Современные проблемы ориентации и навигации космических аппаратов». Сборник трудов, серия «Механика, управление и информатика». М.: ИКИ РАН, 2017. С. 40–50.
7. Строилов Н.А., Никитин А.В., Куркина А.Н., Бессонов Р.В., Белинская Е.В., Воронков С.В. Методики наземной привязки систем координат звездных датчиков // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2017. Том 14. № 4. С. 52–66. DOI 10.21046/2070-7401-2017-14-4-52-63. EDN XBZEVJ.
8. Василюк Н.Н. Геометрические ограничения точности векторного датчика ориентации, построенного на матричном приемнике оптического изображения // Авиакосмическое приборостроение. 2011. № 6. С. 17–24. EDN SYATAХ.
9. Blarre, L., Perrimon, N., Majewski, L., Kocher, Y., HYDRA Multiple Heads Star Tracker based on Active Pixel Sensor and the gyrometer assistance option, *57th International Astronautical Congress*, Valencia, Spain, 2006, doi 10.2514/6.IAC-06-C1.2.10.
10. Hua, J., Zhang, T., Zhu, H., Star image fusion and star recognition of multi-FOV star sensor, *Proceedings of 2014 IEEE Chinese Guidance, Navigation and Control Conference*, Yantai, China, 2014, pp. 2111–2125, doi 10.1109/CGNCC.2014.7007502.
11. Бирюков А.В., Прохоров М.Е., Тучин М.С. Байесовский подход к совместной обработке данных в звездном датчике с несколькими оптическими головками // 6-я Всероссийская научно-техническая конференция «Современные проблемы ориентации и навигации космических аппаратов». Сборник трудов, серия «Механика, управление и информатика». М.: ИКИ РАН, 2019. С. 172–185.
12. Zhang, H., Niu, Y., Lu, J., Yang, Y., Star sensor installation error calibration in stellar-inertial navigation system with a regularized backpropagation neural network, *Measurement Science and Technology*, 2018, 29, 085102, doi 10.1088/1361-6501/aac6a8.
13. Steffes, S.R., Samaan, M.A., Theil, S., Alignment Between IMU and Star Tracker Using the Night Sky and an On-Board Navigation System (AAS 12-042), *Guidance and Control 2012: Proceedings of the 35th Annual AAS Rocky Mountain Section Guidance and Control Conference*, Breckenridge, Colorado, USA, 2012. Advances in astronautical sciences, vol. 144, pp. 173–186.
14. Lu, J., Lei, C., Liang, S., Yang, Y., An All-Parameter System-Level Calibration for Stellar-Inertial Navigation System on Ground, *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2017, vol. 66, no. 8, pp. 2065–2073, doi: 10.1109/TIM.2017.2674758.
15. Lu, J., Lei, C., Yang, Y., A Dynamic Precision Evaluation Method for the Star Sensor in the Stellar-Inertial Navigation System, *Scientific Reports*, 2017, 7, 4356, doi 10.1038/s41598-017-04061-5.
16. Zhang H., Niu Y., Lu J., Yang Y. System-Level Calibration for the Star Sensor Installation Error in the Stellar-Inertial Navigation System on a Swaying Base, *IEEE Access*, 2018, vol. 6, pp. 47288–47294, doi 10.1109/ACCESS.2018.2866818.
17. Wei, X., Zhang, G., Fan, Q., Jiang, J., Li, J., Star sensor calibration based on integrated modelling with intrinsic and extrinsic parameters, *Measurement*, 2014, vol. 55, pp. 117–125, doi 10.1016/j.measurement.2014.04.026.
18. Бессонов Р.В., Брысин Н.Н., Полянский И.В., Воронков С.В., Белинская Е.В., Полищук Г.С., Трегуб В.П., Завгородний Д.С. Стендовое оборудование для определения оптических характеристик звездных датчиков // 5-я Всероссийская научно-техническая конференция «Современные проблемы ориентации и навигации космических аппаратов». Сборник трудов, серия «Механика, управление и информатика». М.: ИКИ РАН, 2017. С. 51–60.

19. **The Hipparcos and Tycho Catalogues.** European Space Agency, 1997.
20. **Васильюк Н.Н.** Векторная коррекция атмосферной рефракции для внутриатмосферного звездного датчика ориентации // *Авиакосмическое приборостроение*. 2022. № 9. С. 31–44. DOI 10.25791/aviakosmos.9.2022.1299. EDN VFGMCC.
21. **Васильюк Н.Н.** Векторная коррекция скоростной аберрации для внутриатмосферного звездного датчика ориентации // *Авиакосмическое приборостроение*. 2022. №10. С. 17–31. DOI 10.25791/aviakosmos.10.2022.1302. EDN CQYWHW.
22. **Гаранин С. Г., Зыков Л. И., Климов А. Н., Куликов С. М., Смышляев С. П., Степанов В. В., Сюндюков А. Ю.** Дневное наблюдение звезд слабой яркости (7m-8m) с равнинной местности // *Оптический журнал*. 2017. Т. 84. № 12. С. 30–37. EDN ZVQHYL.
23. **Лукин В.П., Носов В.В.** Измерение дрожания изображения протяженного некогерентного источника излучения // *Квантовая электроника*. 2017. Т. 47. № 6. С. 580–588. EDN YUFFCN.
24. **Tan, W., Dai, D., Wu, W., Wang, X., Qin, S.,** A Comprehensive Calibration Method for a Star Tracker and Gyroscope Units Integrated System, *Sensors*, 2018, 18(9):3106, doi 10.3390/s18093106.
25. **Yang, Z., Zhu, X., Cai, Z., Chen, W., Yu, J.,** A real-time calibration method for the systematic errors of a star sensor and gyroscope units based on the payload multiplexed, *Optik*, 2021, vol. 225, 165731, doi 10.1016/j.ijleo.2020.165731.
26. **Singla, P., Griffith, D.T., Katake, A., Junkins, J.L.,** Attitude and interlock angle estimation using split-field-of-view star tracker, *Journal of the Astronautical Sciences*, 2007, vol. 55, issue 1, pp. 85–105, doi 10.1007/BF03256516.
27. **Сомов Е.И., Бутырин С.А.** Полетная калибровка и юстировка астроинерциальной системы определения угловых положений маневрирующего спутника землекобзора // *Известия Самарского научного центра Российской академии наук*. 2016. Т. 18. № 4–6. С. 1128–1137. EDN ZAULHB.
28. **Сомов Е.И., Бутырин С.А.** Цифровая обработка сигналов в астроинерциальной системе для определения ориентации и угловой скорости маневрирующего спутника землекобзора // XXIV Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам: сборник трудов. СПб: ЦНИИ «Электроприбор», 2017. С. 428–433. EDN ZINLEX.
29. **Jiang, J., Yu, W., Zhang, G.,** High-Accuracy Decoupling Estimation of the Systematic Coordinate Errors of an INS and Intensified High Dynamic Star Tracker Based on the Constrained Least Squares Method, *Sensors*, 2017, 17(10):2285, doi 10.3390/s17102285.
30. **Васильюк Н.Н.** Модель погрешностей звездного датчика ориентации, учитывающая погрешности калибровки элементов внутреннего ориентирования цифровой камеры // *Гироскопия и навигация*. 2024. Т. 32. №1. С. 53–71. EDN PSOUYI.
31. **Васильюк Н.Н., Нefeldов Г.А., Сидорова Е.А., Шагмуратова Н.О.** Калибровка элементов внутреннего ориентирования цифровой камеры астродатчика по наземным наблюдениям звезд: учет атмосферной рефракции и аберрации света // *Измерительная техника*. 2023. № 8. С. 42–52. DOI 10.32446/0368-1025it.2023-8-42-52. EDN LLSGQW.
32. РД 50-25645.325-89. Методические указания. Спутники Земли искусственные. Основные системы координат для баллистического обеспечения полетов и методики расчета звездного времени.
33. **Мудров В.И., Кушко В.Л.** Методы обработки измерений. Квазиправдоподобные оценки / изд. 2-е, перераб. и доп. М.: Радио и связь, 1983. 304 с.
34. **Markley, F.L.,** Attitude determination using vector observations and the singular value decomposition, *Journal of the Astronautical Sciences*, 1988, vol. 36, no. 3, pp. 245–258.

Vasilyuk, N.N. (SPC Elektrooptika, LLC, Moscow), **Nefedov, G.A., Sidorova E.A., Shagimuratova, N.O.** (Ramensky Instrument Plant, JSC, Ramenskoye)
Astronomical Calibration of a Strapdown Astroinertial Navigation System. Part 1. Calibration of Mutual Attitude of Digital Cameras, *Гироскопия и Навигация*, 2024, vol. 32, no. 2 (125), pp. 66–84.

Abstract. Astronomical calibration refers to determination of the constant mutual attitude of digital cameras and the inertial measurement unit using ground-based star observations. The first

part of this paper considers calibrating the attitude of all cameras relative to the selected one. The calibrated vector contains the useful parameters (three attitude angles of each camera relative to the selected one) and interfering parameters (three attitude angles of the selected camera in the Earth-fixed frame at the time of shooting each frame). The system of nonlinear equations for determining the calibrated vector is based on the differences in the coordinates of images of the identified stars, which are calculated in the image planes of different cameras for each frame and then combined into a common residual vector. Atmospheric refraction and velocity aberration of light are considered when projecting the identified stars from the star catalog onto the image plane. Before solving the system of equations, intrinsic parameters of each camera are determined. Calibrating the relative attitude of real cameras provides a virtual camera with an extended field of view, which significantly reduces the error in star-based attitude determination. A virtual camera error model is provided that takes into account the errors in astronomical calibration. The results from experimental verification show that the error in astronomical calibration of the cameras' relative attitude does not exceed 2 arcsec for each useful parameter.

Key words: star tracker, calibration, strapdown astroinertial navigation system, refraction, aberration, distortion, intrinsic parameters.

Материал поступил 13.12.2023